

Philosophie de la logique

par Hilary PUTNAM

traduction française par Patrick PECCATTE

Édition originale:

Philosophy of Logic .- New-York: Harper and Row, 1971.

Réédition sous le même titre .- London: George Allen and Unwin Ltd. 1972
(coll. Essays in Philosophy)

Traduction française: Combas: Éditions de l'Éclat, 1996

Table

Avant-propos

- I.** Ce qu'est la logique
- II.** La controverse du nominalisme et du réalisme
- III.** La controverse du nominalisme et du réalisme et la logique
- IV.** Logique contre mathématiques
- V.** L'insuffisance du langage nominaliste
- VI.** Conception prédicative contre conception imprédicative de la notion d'"ensemble"
- VII.** Quelle quantité de théorie des ensembles est réellement indispensable pour la Science ?
- VIII.** Arguments d'indispensabilité
- IX.** Complications non examinées

[N.d.t.: Les guillemets et italiques sont de l'auteur.]

Avant-propos

De nombreuses questions philosophiques diverses présentent quelque rapport avec la logique. Certaines ont trait à la philosophie des mathématiques (qui, ici, ne sera pas distinguée très précisément de la philosophie de la logique), tandis que d'autres se rapportent à la philosophie du langage ou à la théorie de la connaissance. Dans cet essai, je m'intéresserai au prétendu problème ontologique interne à la philosophie de la logique et des mathématiques; c'est-à-dire, à la question de savoir si les entités abstraites dont on parle en logique et en mathématiques existent réellement. Je me demanderai encore si, dans la logique elle-même (distinguée cette fois des mathématiques en général), la référence à des entités abstraites est vraiment indispensable. Et j'aborderai par extension la question de savoir si la référence à de telles entités est nécessaire dans les sciences physiques.

Mon propos dans cet essai n'est pas de présenter un panorama complet des opinions relatives à ces problèmes, mais d'exposer et de défendre en détail l'une d'entre elles. Même si le lecteur n'est pas convaincu par mes arguments, j'espère qu'il trouvera quelque valeur à la présente discussion, ne serait-ce que si elle contribue à bousculer ses idées reçues et stimuler d'autres débats* .

* [N.d.t.: Un résumé des positions philosophiques modernes (essentiellement anglo-saxonnes) sur le problème ontologique en question est donné dans l'ouvrage collectif de Marco Panza et Jean-Michel Salanskis : *L'objectivité mathématique. Platonismes et structures formelles*. Paris : Masson, 1995. Cf. particulièrement : Pascal Engel : *Platonisme mathématique et antiréalisme* et Jean Petitot : *Pour un platonisme transcendantal*].

I.

Ce qu'est la logique

Nous commencerons par nous demander ce qu'est la logique, et essaierons de voir ensuite en quoi il existe un problème philosophique la concernant. Nous pourrions essayer de nous enquérir de "la logique" en examinant diverses définitions de ce terme, mais ce serait une mauvaise idée. Les différentes définitions existantes conduisent en effet, d'une manière ou d'une autre, à un amalgame de descriptions circulaires et d'inexactitudes. Au lieu de cela, nous examinerons la logique en elle-même.

Si nous considérons la logique de cette manière, nous remarquons tout d'abord que, comme toutes les autres sciences, elle subit des changements - et quelquefois, des changements rapides. A d'autres époques que la nôtre, les logiciens ont eu des idées très différentes sur l'étendue de leur discipline, ses méthodes propres, etc. A l'heure actuelle, son champ est défini beaucoup plus largement que par le passé, puisque la logique telle que certains logiciens la conçoivent en vient à inclure toutes les mathématiques pures. En outre, les méthodes utilisées aujourd'hui dans la recherche en logique sont presque exclusivement des méthodes mathématiques. Néanmoins, certains aspects de la logique subissent apparemment peu de changements. Une fois établis, les résultats de la logique semblent à jamais demeurer corrects et acceptés comme tels; c'est donc que la logique change, non pas dans le sens où, au cours des siècles, nous acceptons des principes logiques incompatibles, mais au sens où le style et la notation utilisés pour présenter ces principes logiques varient considérablement, et au sens également où le domaine réservé à la logique tend à devenir de plus en plus vaste.

Il semble donc judicieux de commencer par examiner quelques-uns de ces principes que les logiciens ont pratiquement acceptés depuis ses origines. L'un de ces principes consiste en la validité de l'inférence suivante:

- (1) tous les S sont M
tous les M sont P
(donc) tous les S sont P

Un autre de ces principes est la Loi d'Identité:

- (2) x est identique à x

Un autre encore stipule l'*inconsistance* de la proposition suivante:

- (3) p et (non p)

Un dernier principe enfin reconnaît la validité de la proposition:

(4) p ou (non p)

Examinons maintenant tous ces principes un à un. On considère traditionnellement que l'inférence (1) est valide pour tous les *termes* S , M et P . Mais qu'est-ce qu'un *terme* ? Les textes de logique contemporaine précisent habituellement que (1) est valide pour n'importe quelles extensions de *classes* que puissent désigner les lettres S , M et P . L'inférence (1) devient juste une façon de dire que si une classe S est une sous-classe d'une classe M , et que M est à son tour une sous-classe d'une classe P , alors S est une sous-classe de P . En résumé, selon son interprétation moderne, (1) exprime simplement la transitivité de la relation "être une sous-classe de". On est donc fort loin de la conception que pouvaient avoir les logiciens classiques lorsqu'ils parlaient de "Lois de la Pensée" et de "termes". Nous touchons ici à l'une des choses qui prête à confusion dans la science de la logique; même si un principe semble n'avoir subi aucun changement au cours des siècles - nous écrivons toujours

tous les S sont M
tous les M sont P
(donc) tous les S sont P -,

l'interprétation de cette vérité "immuable" a, en fait, considérablement évolué. Et ce qui est pire, il existe encore une controverse au sujet de ce que peut bien être l'interprétation "correcte" de ce principe.

Le principe (2) est un autre exemple de postulat dont on discute encore l'interprétation correcte. La plupart des logiciens, y compris l'auteur de ces lignes, interprète (2) comme l'affirmation de la réflexivité de la relation d'identité: toute chose soutient avec elle-même cette relation, habituellement symbolisée par le signe "=". Certains philosophes cependant sont très irrités à l'idée même que "=" puisse être une relation. « Comment pouvons-nous saisir la signification d'une *relation* autrement que comme étant quelque chose qui puisse être soutenu par une chose avec une *autre* chose ? », demandent-ils. Et comme aucune chose ne peut soutenir l'identité avec une chose *différente*, ils en concluent que, quoique "=" puisse représenter, ce n'est pas une relation.

En dernier lieu, les principes (3) et (4) posent le problème de ce que p signifie. Certains philosophes proposent que dans (4) par exemple, p représente n'importe quel *énoncé* (*) que l'on souhaite; tandis que d'autres philosophes (dont l'auteur) pensent qu'il y a quelque chose de ridicule dans la théorie selon laquelle la logique s'occupe d'*énoncés*.

Néanmoins, tous ces désaccords sur des points délicats ne doivent pas conduire à masquer le fait que tous les logiciens (même ceux qui vécurent à des époques

* [N.d.t.: Conformément à l'habitude, *sentence* est traduit par *énoncé* ou par *expression* - au sens de formulation grammaticale -, et *statement* par *proposition* - énoncé possédant une valeur de vérité -.]

différentes) sont d'accord sur l'essentiel. Tous sont d'accord, par exemple, sur le fait que des deux prémisses

Tous les hommes sont mortels
Tous les mortels sont insatisfaits

on puisse valablement inférer

Tous les hommes sont insatisfaits,

et ce, même s'ils sont parfois en désaccord sur la *formulation* proprement dite du principe général qui est à la base de cette inférence. De manière analogue, tous les logiciens s'accordent à dire que, s'il existe une chose telle que "la Tour Eiffel", alors

La Tour Eiffel est identique à la Tour Eiffel.

De même, s'il existe une chose telle que "la terre", alors

La terre est ronde ou la terre n'est pas ronde.

Tout ceci, même s'ils ne sont pas d'accord sur l'exposition des principes respectifs à l'œuvre dans ces différents cas. *Il existe* donc bien un corpus de "doctrine permanente" en logique; mais l'on ne peut guère investiguer très loin dans ce sens, tout au moins quand on en vient à la recherche d'un exposé exact et universellement acceptable de ses principes généraux.

II.

La controverse du nominalisme et du réalisme

A ce stade de notre discussion, il est déjà évident qu'il existe des problèmes philosophiques en relation avec la logique, et il y a au moins une raison pour que ce fait soit clair: à savoir, la difficulté d'obtenir une formulation universellement acceptable des principes généraux que, d'une manière ou d'une autre, tous les logiciens semblent reconnaître. Lorsque nous examinons cette difficulté, d'autres problèmes philosophiques rattachés à la logique se manifestent plus clairement.

Les philosophes et les logiciens qui considèrent les classes, les nombres, et les "entités mathématiques" similaires, comme des manières de leurres ou de chimères, sont habituellement appelés "nominalistes". Un nominaliste a peu de chance de dire:

(A) « Pour toutes les *classes* S , M et P : si tous les S sont M , et si tous les M sont P , alors tous les S sont P . »

Il préfère écrire:

(B) « Ce qui suit devient un *énoncé* vrai quels que soient les *mots* ou les *phrases* du *genre* approprié que l'on puisse substituer aux lettres S , M , et P :

"si tous les S sont M , et si tous les M sont P , alors tous les S sont P ." »

Le motif de cette préférence est clair, même s'il n'est pas convaincant: le nominaliste ne croit pas réellement à l'existence des classes et évite ainsi la formulation (A). A la différence des classes, les "énoncés" et les "mots" lui semblent relativement "concrets" et il emploie donc la formulation (B).

Il apparaît ainsi qu'une partie du désaccord concernant la formulation "correcte" de la plupart des principes logiques généraux n'est que l'image du désaccord philosophique relatif à l'existence ou à la non-existence d'"entités mathématiques" telles que les classes.

Indépendamment de la valeur de telle ou telle position du débat "nominalisme/réalisme", il est manifeste, cependant, que (B) ne peut pas être réellement préférable à (A). Qu'entend-on, en effet, par "un mot ou une phrase du genre approprié" dans la formulation (B) ? Même en laissant de côté l'explication du "genre approprié" d'un mot ou d'une phrase, nous devons tenir compte du fait que ce sont tous les mots et phrases *possibles* d'un genre quelconque qui sont envisagés ici; et ces *mots et phrases possibles* ne sont guère plus "concrets" que les classes.

Ce problème est quelquefois esquivé de différentes façons. L'une d'entre elles consiste à dire que les "phrases" appropriées que l'on peut substituer à S , M ou P sont tous les "prédicats à une place" dans un certain "langage formalisé". Un langage formalisé est défini en spécifiant complètement une grammaire et des significations d'expressions de base. Une règle grammaticale formelle précise quelles expressions

d'un tel langage sont des prédicats à une place - c'est-à-dire, des noms d'une classe, bien qu'un nominaliste ne se risquerait pas à les appeler ainsi de peur d'être foudroyé. Ainsi donc, étant donné un langage formalisé L , la classe des substitutions permises pour les lettres muettes S , M et P dans la proposition

(5) si tous les S sont M , et si tous les M sont P , alors tous les S sont P

peut être définie avec une grande précision; de sorte que la tâche consistant à déterminer si une certaine suite de lettres est ou non une "instance de substitution" (*) de (1) peut même être effectuée de façon purement mécanique, à l'aide d'un ordinateur par exemple.

Tout ceci finit par satisfaire les scrupules nominalistes, puisqu'il semble ainsi que le fait d'affirmer la validité de (5) ne revient pas du tout à parler de "classes", mais simplement à dire que toutes les instances de substitutions de (5) selon ce langage L sont vraies, ou encore, que toutes les *suites de lettres* qui se conforment à un certain critère formel (à savoir, être une instance de substitution de (5) selon le langage formalisé L) sont vraies. Et assurément, des "suites de lettres" sont des choses parfaitement concrètes (mais est-ce si sûr ?).

Malheureusement pour le nominaliste, des difficultés importantes et profondes apparaissent. On entend par *schéma* logique une expression telle que (5) qui est composée de "lettres muettes" comme S , M ou P , et des mots logiques si-alors, tous, quelques, ou, non, identique, est (sont), etc. Depuis Aristote jusqu'à nos jours, de tels schémas ont été utilisés par tous les logiciens dans le but de représenter les principes logiques (toutefois, Aristote se limitait à une classe très restreinte de schémas, tandis que les logiciens modernes étudient tous les schémas possibles analogues à celui que l'on vient de décrire). Un schéma peut être dit "valide", comme celui donné en (5), c'est-à-dire, tel qu'il puisse exprimer un principe logique "correct" (nous devons encore examiner en quoi consiste cette correction ou cette validité). Mais il peut aussi être déclaré "non valide". C'est ainsi que l'expression

Si certains S sont P , alors tous les S sont P

est un exemple de schéma non valide, de schéma qui n'exprime pas un principe logique correct. Les logiciens de l'Antiquité et du Moyen Âge avaient déjà classé un grand nombre de tels schémas en valides ou non valides.

Or, la définition de la validité pose évidemment de profonds problèmes philosophiques. Et celle que nous venons d'attribuer aux nominalistes - un schéma S est valide lorsque toutes les instances de substitution de S selon un certain langage formalisé et particulier L sont vraies -, n'est pas satisfaisante à première vue. De fait, quand je dis que (5) est valide, je veux dire que ce schéma est correct, *quels que soient les noms de classe* que l'on substitue à S , M et P . Si un certain langage formalisé L

* On nomme *instance de substitution* le résultat d'une substitution autorisée.

[N.d.t.: *substitution-instance* dans le texte original. Nous utilisons ici le sens moderne habituel du terme *instance* en logique: cas, cas particulier, exemple. Cf. J. Largeault: *Logique mathématique. Textes*. Paris: Armand Colin. 1972. p. 62 note 2]

contenait des noms pour toutes les classes de choses qui puissent être formées, alors, cela reviendrait au même de dire « Toutes les instances de substitutions de S selon ce langage L sont vraies ». Mais un théorème de la théorie des ensembles nous apprend qu'*aucun* langage L ne peut contenir de noms pour *toutes* les collections d'objets susceptibles d'être formées, tout au moins dans le cas où le nombre de ces objets est infini (*).

Pour exprimer ceci d'une autre manière, si nous adoptons le point de vue nominaliste, ce n'est pas *une seule* notion de validité que nous obtenons, mais une série infinie de telles notions: validité selon L_1 , validité selon L_2 , validité selon L_3 , ..., où chacune de ces notions revient simplement à "la vérité de toutes les instances de substitution" selon le langage L_i en question.

Nous pourrions essayer d'éviter cela en disant qu'un schéma S est valide uniquement quand toutes ses instances de substitution (selon chaque langage L) sont vraies; mais nous aurions besoin pour cela de la notion de *tous les langages formalisés possibles*, et cette notion semble plutôt *moins* "concrète" que celle de "classe".

Deuxièmement, la définition nominaliste de la validité proposée plus haut exige la notion de "vérité". Mais c'est là une notion problématique pour un nominaliste. Normalement, nous ne pensons pas à des objets matériels - par exemple, des suites de lettres effectivement tracées et constituées de petits amas d'encre sur le papier - comme à des choses "vraies" ou "fausses"; c'est plutôt *ce que les suites de lettres expriment* qui est vrai ou faux. Mais la *signification* d'une suite de lettres, ou ce qu'une suite de lettres "exprime", est justement le genre d'entité dont le nominaliste veut se débarrasser.

Troisièmement, quand nous parlons de *toutes* les instances de substitution du schéma (5), même selon un langage particulier L , nous entendons toutes les instances de substitution *possibles* et non seulement celles qui "existent" au sens nominaliste (comme de petits amas d'encre sur le papier). Dire simplement que *les instances de (5) que l'on arrive à coucher sur le papier sont vraies* ne signifie pas pour autant que (5) soit valide; car il se pourrait qu'il existât une instance de substitution fautive de (5) que l'on n'ait justement pas consignée par écrit. Mais les instances de substitution *possibles* de (5) - les suites *possibles* de lettres - ne sont pas vraiment des objets beaucoup plus physiques que les classes.

Il semble qu'une question soit ainsi résolue grâce aux précédentes réflexions. Il n'y a aucune raison, en formulant des principes logiques, d'être plus puriste ou de se sentir plus contraint d'éviter une référence à des "entités non physiques" que dans le discours scientifique en général. La référence à des classes de choses - et pas seulement à des choses - est une façon de parler banale et commode. Si le nominaliste veut l'abandonner, il doit nous fournir une autre façon de parler qui fonctionne seulement aussi bien; et ce, pas uniquement en logique pure, mais également dans des sciences aussi empiriques que la physique qui est remplie de références à des entités

* [N.d.t.: Si tous les éléments d'un ensemble E peuvent être désignés sans ambiguïté par des suites finies d'occurrences de symboles extraits d'un alphabet, alors l'ensemble E est dénombrable. Or, d'après l'argument de la diagonale de Cantor, il existe des ensembles non dénombrables. Cf. S.C. Kleene: *Logique mathématique*. 1967. Trad. fr. par J. Largeault. Paris: Armand Colin. 1971. pp. 188. sq.]

"non physiques" tels que les vecteurs d'état, les hamiltoniens, les espaces de Hilbert, etc. Si jamais il y réussit, cela affectera notre manière d'exposer tous les principes scientifiques et pas seulement ceux de la logique. Mais en attendant, il n'y a aucune raison de ne pas rester fidèle aux formulations telles que (A), au vu des sérieux problèmes rencontrés avec les formulations comme (B). [Comme nous venons de le voir d'ailleurs, en plus d'être insuffisante, (B) n'est même pas réellement nominaliste].

Pour dire cela d'une autre façon, le fait que (A) soit "condamnabile" d'après le nominalisme n'est pas véritablement une difficulté de la science de la logique, mais une difficulté de la philosophie nominaliste. Et ce n'est pas du tout à la logique, pas plus qu'à n'importe quelle autre science, d'adapter sa façon de parler aux exigences philosophiques du nominalisme; c'est plutôt au nominaliste de nous fournir une réinterprétation satisfaisante des assertions telles que (5), et de toutes les autres propositions qu'énoncent les logiciens, les physiciens, les biologistes, ou l'homme de la rue.

Toutefois, même si nous rejetons le nominalisme parce qu'il exige que nous purgions sur le champ notre langage scientifique de toute référence à des "entités non physiques", nous ne sommes pas autorisés à le rejeter en tant que philosophie. Ceux qui croient qu'en réalité rien ne correspond à des notions comme "une classe", "un nombre" ou "une suite possible de lettres", ou bien que ce qui y correspond provient directement d'une façon de parler des objets matériels usuels, sont libres de continuer à défendre leurs vues; et si nous répugnons à conformer notre langage scientifique courant à leurs exigences, nous ne refusons pas de discuter les problèmes philosophiques soulevés par leurs vues. C'est ce que nous allons faire maintenant.

Nous pouvons commencer en examinant les difficultés diverses que nous venons de mettre en évidence avec la formulation (B), et voir ce que peut leur répondre le nominalisme.

Voici tout d'abord, une ou deux remarques générales. Nelson Goodman, qui est le plus connu des philosophes nominalistes, n'a jamais adopté la définition de la "validité" comme "vérité de toutes les instances de substitution"; celle-ci provient de Hugues Leblanc et Richard Martin (*). Cependant, Goodman n'a jamais abordé explicitement la question de la définition de la validité logique; j'ai donc pris la liberté de discuter ici la seule tentative qui me soit connue d'une telle définition quasi-nominaliste. En second lieu, Goodman nie que le nominalisme puisse être assimilé à une restriction aux entités "physiques" (**). Mais, bien que le point de vue selon lequel seules les entités physiques (ou des "descriptions mentales" dans une version idéaliste du nominalisme; ou bien encore des "descriptions mentales et des objets physiques" dans un système hybride) sont réelles puisse ne pas être celui que Goodman se propose de défendre, c'est ce point de vue que la plupart de gens entendent par "nominalisme"; il semble donc qu'il y ait peu de raisons pour un nominaliste de se dire étranger à de telles opinions. [La distinction entre une restriction

* [N.d.t.: Martin R. M.: *A homogeneous system for formal logic*. Journal of Symbolic Logic, 8, 1943. pp. 1-23. voir également. Quine. W.V.O.: *Existence et quantification in Relativité de l'ontologie et autres essais*. 1969. Trad. fr. par J. Largeault. Paris: Aubier-Montaigne. 1977.]

** [N.d.t.: Goodman ne refuse pas le langage des classes pour autant que nous disposions des moyens d'obtenir des réinterprétations satisfaisantes de la plupart des énoncés qui s'y rapportent. Cf. Goodman N. *The Structure of Appearance*, 3^e ed. Dordrecht: D. Reidel. 1977.]

à des "entités physiques" et une restriction à des "descriptions mentales" ou à des "descriptions mentales et des entités physiques" ne sera pas discutée ici, car cela n'a pas sérieusement d'effet sur la philosophie de la logique].

Le premier argument que nous avons employé contre la formulation (B) consiste en ce que celle-ci remplace en fait notre notion intuitive de "validité" par autant de multiples notions de "validité" qu'il existe de langages formalisés possibles. Certains logiciens ont essayé de faire face à cette difficulté à l'aide de la démarche suivante: soit L_0 un langage formalisé assez riche pour permettre de parler des nombres entiers positifs et d'exprimer des notions telles que " x est la somme de y et z " et " x est le produit de y et z ". Soit L_i un autre langage formalisé quelconque. Soit enfin S un schéma ayant pour propriété que toutes les instances de substitution selon L_0 soient vraies; nous appelons ceci la propriété d'être "valide selon L_0 ", et, d'une manière analogue, nous qualifions un schéma de "valide selon L_i " si toutes ses instances de substitution selon L_i sont vraies. Alors, toutes les instances de substitution de S selon L_i sont vraies; et la preuve de ce fait peut être formalisée dans tout langage assez riche pour contenir à la fois les notions de "vérité selon L_0 " et de "vérité selon L_i ". En d'autres termes, *si un schéma est valide selon L_0 , il est également valide selon L_i (*)*. Ces logiciens suggèrent ainsi que nous définissions simplement la "validité" comme signifiant *valide selon un langage du type L_0* . Si un schéma S est valide d'après cette acception, on en déduit alors - non pas par définition, mais en vertu du théorème métamathématique mentionné ci-dessus - que chacune des instances de substitution selon L_i est vraie, quel que soit le langage L_i . Et cette "validité" nous autorisera à affirmer *arbitrairement* les instances de substitution d'un schéma (comme on le ferait avec la notion intuitive de "schéma valide").

On est tenté de répondre à tout ceci de la façon suivante: ce que je veux *signifier* quand je dis que " S est valide" suggère *directement* que *chaque* instance de substitution de S , selon *chaque* langage formalisé, est vraie. Or, d'après la définition proposée, tout ce que je veux *signifier* quand je dis que " S est valide", c'est que les instances de substitution de S selon L_0 sont vraies; et le fait que les instances de substitution selon *n'importe quel* langage soient vraies est uniquement un fait mathématique, et ne participe pas de ce que je veux signifier. Ainsi, la définition proposée de la notion de validité ne réussit absolument pas à saisir la notion intuitive, même si elle est coextensive à cette notion intuitive.

Cependant, cette réponse n'est pas forcément convaincante. Car le logicien nominaliste peut très bien répliquer que ce n'est pas son *affaire* de saisir la notion "intuitive"; il suffit qu'il puisse nous convaincre avec une notion qui soit philosophiquement acceptable (pour lui) et qui remplisse la fonction recherchée.

Quoi qu'il en soit, il subsiste que le langage L_0 est un langage qui nécessite lui-même de parler d'"entités mathématiques" (en l'occurrence de *nombres*), et que la preuve de l'énoncé "si S est valide selon L_0 , alors S est valide selon L_i " nécessite de parler d'expressions arbitraires de L_i (i.e. de toutes les expressions *possibles* de L_i). Ainsi, ni le langage L_0 , ni le théorème métamathématique mentionné plus haut ne sont

* [N.d.t.: D'après le théorème de Löwenheim (1915): si une proposition est valide dans un domaine infini dénombrable, elle est valide dans n'importe quel domaine non-vide.]

réellement valables pour un nominaliste *rigoureux* - c'est-à-dire, pour un nominaliste qui renonce à *tout* recours à des "entités mathématiques" -.

Le second argument que nous avons utilisé contre la formulation (B) consiste à affirmer que la notion de "vérité" n'est pas utilisable pour un nominaliste. Toutefois, cette déclaration est extrêmement discutable.

En bref, nous avons fait valoir que "vrai" n'a pas de sens quand on l'applique à un objet physique, même si cet objet physique est un énoncé inscrit sur le papier; ce n'est pas l'énoncé physique qui est vrai ou faux, mais *ce que signifie l'énoncé*. Et les *choses* dont parlent les énoncés, à la différence des énoncés ou des inscriptions elles-mêmes, ne sont pas des objets physiques.

Pour un nominaliste, je pense que la réponse naturelle à faire ici serait de distinguer entre les deux énoncés:

(6) S est vrai

et

(7) S est vrai de la façon dont Oscar l'entend au temps t .

Si S est un objet physique (l'inscription d'un énoncé), alors (6) n'a pas vraiment grand sens, excepté en tant que formulation elliptique d'un fait tel que (7). Mais (7) représente une relation parfaitement possible et qui peut ou non avoir lieu entre une inscription donnée, un organisme, et un temps. (Je ne me demanderai pas ici comment le nominaliste traite d'une référence à des "temps"; peut-être doit-il identifier un "temps" avec une section transversale et tridimensionnelle idoine de l'univers spatio-temporel à quatre dimensions). Pourquoi un nominaliste n'en viendrait-il pas à affirmer que des *énoncés* sont *vrais* dans le sens où ils représentent la relation qui survient en (7) entre des organismes adéquats et en des temps appropriés ? Il faut reconnaître que cette dernière relation est complexe; et il incombe au réaliste de montrer qu'elle présuppose essentiellement l'existence d'entités non physiques telles que les propositions, les significations, ou tout ce que vous voudrez.

Une autre forme de ce second argument prend l'aspect d'un "appel au langage ordinaire". On prétend alors que l'expression

(8) John formule une proposition vraie

appartient au "langage ordinaire" de façon parfaitement correcte et dans certaines situations faciles à imaginer. Deux possibilités se présentent alors:

(a) ou bien l'expression (8) implique que de telles propositions existent (en tant qu'entités non physiques),

(b) ou bien l'expression (8) ne l'implique pas.

Dans le cas (b), il n'y a aucun problème; nous pouvons aussi bien continuer à parler de "propositions" (et, pour notre sujet, de "classes", de "nombres", etc.), puisqu'il est convenu qu'une telle référence n'implique pas que des propositions (ou des nombres, ou des classes) existent comme entités non physiques. Alors le nominalisme est futile, puisque les formes linguistiques dont il souhaite se débarrasser sont philosophiquement inoffensives. Dans le cas (a), puisque l'expression (8) est vraie et qu'elle implique l'existence d'entités non physiques, il s'ensuit que ces entités non

physiques existent ! Et le nominalisme est faux ! Ainsi, le nominalisme est-il soit futile, soit faux.

Le nominaliste répond à ceci que ce qu'il désire faire, c'est trouver une "fonction de traduction" qui nous permettrait de remplacer des phrases telles que (8) par des expressions qui ne *paraissent* même pas impliquer l'existence d'entités non physiques. Il pense que cela aura pour conséquence de nous doter d'une terminologie qui soit conceptuellement moins déroutante et plus révélatrice de la nature de la réalité que la terminologie employée couramment. Il est certain que des expressions telles que (8) sont "philosophiquement inoffensives" si elles sont correctement comprises; mais le problème est de préciser ce qu'est cette compréhension correcte.

Le nominaliste peut appuyer ce dernier souhait en ajoutant qu'il n'est pas nécessaire, de son point de vue, que la "fonction de traduction" préserve la *synonymie*. La suggestion de comprendre des énoncés tels que (8) d'après le modèle de leurs traductions nominalistes est suffisamment bonne dans la mesure où elle conduit à une plus grande clarté.

Ainsi, le fait qu'en "langage ordinaire", les mots "vrai" et "faux" soient normalement appliqués à des "propositions", ne convainc le nominaliste, *ni* que les propositions existent réellement en tant qu'entités non physiques, *ni* qu'une entorse par rapport au langage ordinaire [par exemple, dans le sens de l'expression (7)] soit une faute intellectuelle.

Nous en venons enfin au dernier "argument". L'expression (7) *signifie* qu'il existe une *proposition* "exprimée" par *S* à Oscar au temps *t*, et cette *proposition* est vraie; en conséquence, l'expression (7) conduit à une référence déguisée à une entité non physique (ce que *S* "exprime") et n'est donc pas "réellement" nominaliste.

Alors, ou bien ce dernier argument se réduit au langage ordinaire dont nous discutons plus haut, ou bien il se réduit à la pure et simple affirmation qu'*en réalité*, seules les *propositions* (comprises comme des entités non physiques exprimées par des énoncés) peuvent être "vraies" ou "fausses". Or, puisque cette affirmation est précisément ce qui est en litige, ce n'est pas là un argument, mais une simple présomption que la question est résolue.

Tous les arguments selon lesquels la notion de vérité n'est pas utilisable pour le nominaliste semblent donc mauvais. Mais par ailleurs, il n'en résulte pas que le nominaliste ait tout à fait *droit* à cette notion de "vérité". La "vérité" [ou la relation ternaire entre des inscriptions, des organismes et des temps qui se manifeste dans l'expression (7)] est presque une chose primitive, à la manière du terme "jaune", et assurément, le nominaliste doit nous rendre compte de ce qu'est cette notion; et son explication doit être construite avec cohérence et sans les catégories de sa métaphysique. S'il ne peut pas nous donner une telle explication (et quel nominaliste le peut ?), il devient suspect qu'il ait le droit d'utiliser la notion de vérité.

Avant que le lecteur (ou le nominaliste) ne réponde trop hâtivement "et toi donc" (*), rappelons lui les faits suivants: la notion "intuitive" de vérité semble être inconsistante (cf. les antinomies logiques bien connues relatives à cette notion "intuitive"); mais, étant donné n'importe quel langage formalisé *L*, il existe un prédicat "vrai selon *L*" que l'on peut utiliser à toutes fins scientifiques en lieu et place de la

* [N.d.t.: *tu quoque* dans le texte original.]

vérité intuitive (lorsque les propositions en question sont exprimées dans le langage L); et ce dernier prédicat "vrai selon L " admet une définition *précise* en utilisant uniquement le vocabulaire de L lui-même et la théorie des ensembles (¹). Ce n'est pas complètement satisfaisant - on aurait préféré un prédicat unique plutôt qu'une collection infinie de prédicats "vrai selon L_1 ", "vrai selon L_2 ", etc. -, mais ce n'est pas intolérable, et les antinomies constituent une raison sérieuse de douter qu'une quelconque notion de vérité applicable à *tous* les langages et qui satisfasse les exigences de l'intuition puisse être consistante. Le réaliste est ainsi dans la situation non pas d'expliquer la notion intuitive de vérité, mais de fournir tout un lot de notions de rechange qu'il peut précisément définir et utiliser dans tous les contextes scientifiques - et c'est bien ainsi que l'on souhaite employer la notion de vérité. Actuellement, tout au moins, le nominaliste ne peut même pas en faire autant.

Notre troisième argument était formulé ainsi: la référence à *tous* les énoncés d'un langage formalisé - ou encore, à toutes les instances de substitution d'un schéma déterminé - n'est pas une référence aux "inscriptions" (puisque l'on ne peut guère imaginer que tous les énoncés infiniment nombreux d'un langage formalisé quelconque puissent être effectivement écrits quelque part); il s'agit plutôt d'une référence à des entités abstraites, par exemple à des "inscriptions possibles", ou, selon certains auteurs, à des "types", c'est-à-dire des propriétés formelles que les inscriptions exemplifient (ces types sont supposés "exister" indépendamment du fait que des inscriptions les exemplifient effectivement ou non; elles sont donc également des entités non physiques). Quand on dit « Toutes les instances de substitution de (S) sont vraies », on entend *même celles de ces instances de substitution que l'on n'a pas réellement consigné par écrit*. Ainsi, ces "instances de substitution", et particulièrement celles qui sont "potentielles", ne sont pas plus "physiques" que les classes. A ma connaissance, aucune réplique n'existe à cet argument qui pourtant mérite d'être pris en considération.

Notre réexamen des trois arguments n'a pas altéré notre conclusion selon laquelle (B) n'est pas une formulation nominaliste. Cependant, nous avons vu que plus nous creusons les deux premiers de ces arguments, plus complexes et plus techniques ils deviennent.

Nous pouvons résumer la conclusion de ce chapitre en disant qu'actuellement, la référence à des "classes" - ou à quelque chose de tout aussi "non physique" - est indispensable à la science de la logique. La notion de "validité" logique, sur laquelle la science entière s'appuie, ne peut pas, au moins pour le moment, être expliquée d'une manière satisfaisante en termes purement nominalistes.

¹ - Cela a été démontré par Tarski. Pour un exposé semi-vulgarisé de cette démonstration, consulter: "The Semantic Conception of Truth" in *Readings in Philosophical Analysis*, ed. H. Feigl and W. Sellars (New-York, 1949), pp. 52-84. [N.d.t.: trad. fr. "La conception sémantique de la vérité et les fondements de la sémantique" in Tarski A.: *Logique, sémantique, métamathématique. 1923-1944*. trad. sous la dir. de G. Granger. Paris: Armand Colin, 1974, tome 2. pp. 267-305]

III.

La controverse du nominalisme et du réalisme et la logique

La controverse du nominalisme et du réalisme est ancienne, et il est intéressant d'examiner la façon dont elle est devenue liée à la philosophie de la logique. Depuis l'époque d'Aristote, la logique élémentaire a formulé des principes tels que (2), (4) ou (5); elle a également dressé la liste de modèles d'inférences valides comme (1) et affirmé l'inconsistance d'expressions telles que (3). La "théorie de la quantification" - c'est le nom que l'on donne à la branche correspondante de la logique moderne - encore appelée "logique du premier ordre avec égalité" possède une envergure beaucoup plus grande que la logique d'Aristote; mais, comme il est facile de s'en rendre compte, le sujet de ses préoccupations est similaire.

Ses symboles de base sont les suivants:

- (i) " Px " pour " x est P ", et, de même, " Pxy " pour " x et y soutiennent la relation P ", " $Pxyz$ " pour " x, y, z sont liés par la relation P ", etc.
- (ii) " (x) " [lire "pour tout x "] indique que chaque entité x satisfait une condition; ainsi, " $(x) Px$ " signifie "chaque entité x est P ".
- (iii) " $(\exists x)$ " [lire "il existe un x tel que"] indique que certaines entités x (au moins une) satisfont une condition; ainsi " $(\exists x) Px$ " signifie "il existe une entité x qui soit P ".
- (iv) " $=$ " [lire "est identique à", "est égal à"] indique l'identité; ainsi, " $x=y$ " signifie " x est identique à y ", " x et y sont une seule et même entité".
- (v) " \wedge " pour "et", " \vee " pour "ou", " \sim " pour "non". Par exemple, " $(Px \vee \sim Qx) \wedge Rx$ " signifie " x est P ou x n'est pas Q ; et x est R ".

De plus, les symboles \supset [lire "si... alors"] et \equiv [lire "si et seulement si"] sont utilisés avec les définitions suivantes: " $Px \supset Qx$ " ("si Px alors Qx ") est une abréviation de " $\sim(Px \wedge \sim Qx)$ ", et " $Px \equiv Qx$ " est une abréviation de " $(Px \supset Qx) \wedge (Qx \supset Px)$ ".

Nous pouvons écrire à l'aide de cette notation tous les principes qu'Aristote avait formulés. Par exemple, l'expression (5) devient:

$$(5') \quad ((x) (Sx \supset Mx) \wedge (x) (Mx \supset Px)) \supset (x) (Sx \supset Px)$$

De cette façon, en envisageant la collection complète des schémas que nous pouvons écrire avec cette notation, nous sommes amenés à examiner des principes logiques potentiels qu'Aristote n'avait jamais considéré; celui-ci, en effet, ne traitait habituellement que des inférences dont chacune des prémisses nécessite exactement *deux* noms de classe.

Le plus important avec la notation moderne, c'est que nous pouvons analyser des inférences qui impliquent fondamentalement des *relations* de deux termes ou plus. C'était essentiellement l'absence de développement d'une logique des relations qui rendait insignifiante la logique étudiée avant la fin du dix-neuvième siècle; et cette absence a fait apparaître cette logique traditionnelle, depuis Aristote jusqu'à Boole (y compris même le travail de Boole, quelque importance colossale qu'il ait eu pour les développements ultérieurs), totalement inadaptée à l'analyse du raisonnement déductif dans ses formes les plus compliquées.

Dans ses nombreux écrits logiques et philosophiques, Quine a prétendu que la théorie de la quantification n'affirme pas réellement la formulation (A) - par exemple - du chapitre précédent. Du point de vue de Quine, quand un logicien construit un système dont l'un des théorèmes est (5'), il ne veut pas dire par là qu'il affirme (A). Dans (5) ou (5'), *S*, *M* et *P* sont bien plutôt des "lettres muettes" mises pour *n'importe quel prédicat que l'on souhaite*; et ce que le logicien nous dit, c'est que *toutes les instances de substitution* de (5) ou de (5') sont des vérités de la logique (*).

Selon ce point de vue, la formulation suivante est une "vérité de la logique":

- (9) Si tous les corbeaux sont noirs et si toutes les choses noires absorbent la lumière, alors tous les corbeaux absorbent la lumière.

Tandis que le principe général (A):

Pour toutes les classes *S*, *M*, *P*: si tous les *S* sont *M* et tous les *M* sont *P*, alors tous les *S* sont *P*.

n'est pas une vérité de la *logique*, mais, du point de vue de Quine, une vérité des *mathématiques*.

Je ne me soucie pas beaucoup de savoir où l'on trace une ligne de démarcation entre logique et mathématiques, mais cette dernière proposition spécifique de frontière selon Quine ne me semble guère défendable.

Mes arguments sont principalement de deux sortes. En premier lieu, la tradition de la logique va à l'encontre de Quine; car depuis ses origines, le propos des logiciens est d'exposer des principes généraux comme (A) et *non* de "trier" des vérités telles que (9) parmi d'autres vérités. Deuxièmement, je ne pense pas que toutes les instances de substitution d'un schéma valide *soient* "vraies", puisque certaines sont manifestement dénuées de sens. Par exemple:

- (10) Si tous les boojums sont des snarks et si tous les snarks sont des eggelumphs, alors tous les boojums sont des eggelumphs.

ne me paraît pas constituer une proposition vraie; elle a la *forme* d'une proposition logiquement valide, mais, à mon avis, ce n'est pas une proposition du tout, et elle n'est donc ni vraie, ni fausse. Et de fait, qualifier (10) de vrai requiert quelque révision des

* [N.d.t.: Cf. par exemple: Quine W.V.O.: *Philosophie de la logique*. Trad. fr. par J. Largeault. Paris: Aubier-Montaigne. 1976. p. 76 sq.: "La vérité logique en termes de substitution".]

règles logiques habituelles. Car il s'agit là d'un théorème de la logique standard seulement si une proposition de la forme "si p et q , alors r " est vraie; mais alors, ou p et q et r sont vraies ensemble, ou p est vraie et q fausse et r vraie ou fausse, ou p est fausse et q vraie et r vraie ou fausse, ou bien encore p et q sont toutes les deux fausses et r est vraie ou fausse. Mais dans le cas précis de (10), les trois composantes correspondant à p , q et r ne sont *ni* vraies, *ni* fausses.

Bien sûr, on pourrait prendre la décision d'étendre la notion de vérité, et qualifier de vraie n'importe quelle proposition qui ait la forme d'une proposition logiquement valide. Mais alors, l'expression suivante:

(11) Tous les boojums snarkent ou bien tous les boojums ne snarkent pas.

(qui a la forme $p \vee \sim p$) devra être comptée pour vraie; mais cela semble extrêmement déroutant, puisque normalement, quiconque affirme (11) serait conduit à avancer:

(12) La proposition suivant laquelle tous les boojums snarkent est soit vraie, soit fausse.

A mon avis, la logique en tant que telle ne nous dit *pas* que (9) est vrai; pour savoir que (9) est vrai, je dois utiliser ma connaissance du principe logique (A), *plus* ma connaissance du fait que les prédicats "x est un corbeau", "x est noir" et "x absorbe la lumière" sont chacun vrais pour des choses de certaines classes (respectivement: la classe des corbeaux, la classe des choses noires et la classe des objets qui absorbent la lumière). Mais même cette "connaissance" entraîne une certaine idéalisation: à savoir, ne tenir aucun compte du fait que certains de ces prédicats (particulièrement "être noir"), sont mal définis (ni vrais, ni faux) dans certains cas. Cependant, même si nous sommes disposés à réaliser cette idéalisation, le fait de savoir que "x est un corbeau" est un prédicat vrai pour chaque chose d'une certaine classe (à l'exception des cas marginaux possibles), et faux pour chaque chose du complémentaire de cette classe, suppose que l'on en sache déjà long sur le langage et sur le monde. Reconnaître que "x est un corbeau" est un prédicat assez bien défini, que "x est beau" est assez mal défini, et que "x est un snark" est dépourvu de sens, ne relève pas d'une connaissance *logique*, quel que soit le qualificatif que l'on donne à cette connaissance.

Quine et moi sommes donc en désaccord, puisque précisément, il existe des propositions telles que (9) que Quine regarde comme des "vérités de la logique", alors que, de mon point de vue, chacune de ces propositions comporte un mélange complexe de connaissances logiques et extra-logiques. Mais il n'est pas important que le lecteur soit ici d'accord avec moi et non avec Quine; ce sur quoi j'insiste pour notre propos, c'est que, historiquement et conceptuellement, ce n'est pas sans raison que l'on décide d'appeler "principes de logique" des propositions telles que (A). Il y a assurément un choix à faire sur ce sujet, mais il est important que l'on puisse tout naturellement choisir que des propositions comme (A), qui se réfèrent explicitement à des classes, fassent partie de la *logique*.

Les schémas logiques considérés jusqu'ici contiennent des quantificateurs (x) [*pour tout individu x*], et ($\exists x$) [*il existe un individu x tel que*], mais ne contiennent pas (F) et ($\exists F$). Étant donné un "univers du discours", nous pouvons dire, avec la notation

décrite ci-dessus, qu'un certain élément de l'univers est P en écrivant $(\exists x) Px$; mais nous ne pouvons pas dire qu'il existe un *ensemble* ou une *classe* de tous les éléments ayant la propriété P (symboliquement: $(\exists F) (x) (Fx \equiv Px)$), puisque nous ne possédons pas " $(\exists F)$ ".

Les grands fondateurs de la logique moderne, Gottlob Frege et à sa suite Bertrand Russell, ont décidé sans hésitation de compter des expressions telles que $(\exists F)$ comme faisant partie intégrante de la logique, et même, de considérer également comme "logiques" des expressions telles que $(\exists F^2)$ avec le sens de *il existe une classe de classes*, $(\exists F^3)$ avec le sens de *il existe une classe de classes de classes*, etc.

J'ai le sentiment qu'il n'y avait aucune faute à procéder ainsi. Leur décision peut ne pas avoir été la seule possible (et d'ailleurs, dans l'introduction à la seconde édition des *Principia Mathematica*, Russell s'abstient prudemment de prétendre une telle chose), mais elle représentait un choix parfaitement naturel. La question de savoir où "tracer la frontière" (s'il y a frontière à tracer) entre la logique et la théorie des ensembles, et de là, entre la logique et les mathématiques, est une de celles qui n'a pas de réponse non arbitraire.

Supposons, cependant, que nous décidions de fixer cette frontière à la logique du "premier ordre" ("la théorie de la quantification"), et de compter parmi les "mathématiques" des expressions comme $(\exists F)$, $(\exists F^2)$, etc. Nous sommes tout de même confrontés au problème suivant: quand un logicien construit un système qui contient des théorèmes tels que (5'), *que veut-il affirmer* ? Il peut, bien sûr, ne rien vouloir affirmer; il peut simplement construire ainsi un système formel non interprété, mais alors, il ne fait certainement pas de la logique. Le fait est que la grande majorité des logiciens comprendrait cette intention de la manière suivante: les théorèmes du système sont destinés à être des formules valides. Implicitement (si ce n'est explicitement), le logicien a le souci de réaliser des assertions de la forme "telle ou telle chose est *valide*", c'est-à-dire, des assertions du genre de (A). Et donc, même la logique du premier ordre serait normalement comprise comme une "métathéorie". Pour autant en effet qu'il formule seulement des assertions en écrivant des schémas tels que (5'), le logicien effectue des assertions de validité et cela signifie qu'il effectue implicitement des assertions du second ordre; car affirmer la validité du schéma du premier ordre (5'), c'est justement affirmer $(S) (M) (P)$ (schéma 5) - et ceci est effectivement une assertion du second ordre.

En résumé, je crois qu'il est assez arbitraire de dire que la logique du "second ordre" n'est pas de la "logique"; et même si l'on défend ceci, la compréhension naturelle de la logique du premier ordre veut que, en écrivant des schémas du premier ordre justement, nous affirmions implicitement leur validité (ce qui est proprement produire des assertions du second ordre). De ce point de vue, il est facile de voir pourquoi et comment le traditionnel problème nominalisme/réalisme en vient à intéresser fortement les philosophes de la logique; si nous avons raison, en effet, la compréhension naturelle de la logique est telle que toute celle-ci, même la théorie de la quantification, implique une référence à des classes - ce qui est justement le genre d'entités que le nominaliste souhaite proscrire -.

IV.

Logique contre mathématiques

D'après les réflexions précédentes, il est extrêmement difficile de tracer une frontière qui ne soit pas arbitraire entre la logique et les mathématiques. Certains estiment que cette frontière pourrait être identifiée avec la démarcation entre les logiques du premier et du second ordre; mais, comme nous l'avons vu, cela a pour fâcheuse conséquence que les notions de validité et d'implication ⁽²⁾ s'avèrent alors appartenir aux mathématiques et non à la logique. Frege, et avec lui Russell et Whitehead, mettaient au rang de la logique non seulement la logique du second ordre, mais aussi celles de rangs plus élevés (les ensembles d'ensembles d'ensembles, ..., d'ensembles d'éléments); cette résolution équivaut à dire qu'il n'existe aucune frontière "entre" les mathématiques et la logique; les mathématiques sont une partie de la logique (*). Si l'on souhaite un point de vue qui maintienne néanmoins la distinction, peut-être devrions-nous choisir celui qui fixe la frontière en question entre la logique du second et celle du troisième ordre. Cependant, nous ne nous soucierons pas beaucoup de cette affaire. Les questions philosophiques que nous discutons dans cet essai se rapportent tout autant à la philosophie des mathématiques qu'à celle de la logique; et effectivement, nous ne nous préoccuperons pas de distinguer les deux sujets.

² - On dit que *A implique B* dans le cas où la proposition conditionnelle ($A \supset B$) est *valide*, *A* étant l'antécédent, et *B*, la conséquence. En bref, l'"implication est la validité du conditionnel".

* [N.d.t.: Putnam a critiqué le point de vue assez schématique selon lequel "Russell et Whitehead ont montré que les mathématiques peuvent être réduites à la logique" dans *The thesis that mathematics is logic in Mathematics, Matter and Method. Philosophical Papers, vol. 1.* Cambridge University Press, 1975. pp. 12-42.]

V.

L'insuffisance du langage nominaliste

On entend par "langage nominaliste" un langage formalisé dont les variables portent sur des choses individuelles (dans un sens pertinent quelconque), et dont les symboles de prédicats représentent des adjectifs et des verbes qui s'appliquent à ces choses individuelles (tels: "dur", "plus grand" que, "partie de"). Ces adjectifs et ces verbes ne sont pas obligés de correspondre à des propriétés et relations observables ou tangibles; ainsi, le prédicat "est un électron" est parfaitement admissible. Mais ils ne doivent pas présupposer l'existence d'entités telles que des classes ou des nombres.

On a signalé fréquemment qu'un tel langage est insuffisant pour répondre aux besoins de la science; accepter ce genre de langage comme le seul que nous soyons philosophiquement autorisés à employer nous obligerait, par exemple, à abandonner virtuellement toutes les mathématiques. En réalité, les restrictions du nominalisme sont aussi désastreuses pour les sciences empiriques que pour les sciences formelles; ce n'est pas seulement les "mathématiques", mais aussi la physique que nous devrions alors abandonner.

Pour illustrer ce dernier point, considérons l'exemple le plus connu de loi physique, la loi de la gravitation de Newton. (Le fait que cette loi ne soit pas strictement vraie n'a pas d'importance pour la discussion actuelle; la loi admise comme vraie actuellement est bien plus compliquée et requiert indubitablement encore plus de mathématiques pour être formulée). Comme chacun sait, la loi de Newton affirme qu'il existe une force f_{ab} exercée par tout corps a sur n'importe quel autre corps b . La force f_{ab} est dirigée vers a , et son intensité F est donnée par:

$$F = gM_aM_b/d^2$$

où g est une constante universelle, M_a la masse de a , M_b la masse de b et d la distance qui sépare a de b .

Je soutiendrai ici une philosophie "réaliste" de la physique; j'admettrai donc que l'un de nos objectifs important en faisant de la physique est d'essayer de formuler des lois "vraies ou presque vraies" (*) (l'expression est de Newton), et non simplement de construire des ponts ou de prévoir des expériences. Je prétendrai également que la loi donnée ci-dessus est correcte, bien que nous sachions aujourd'hui qu'il s'agit seulement d'une approximation d'une autre loi beaucoup plus compliquée. Ces deux hypothèses seraient acceptables pour un nominaliste. Il me semble en effet que les nominalistes doivent, au fond, être matérialistes, car autrement, leurs scrupules sont incompréhensibles. Et aucun matérialiste ne tergiverserait devant l'idée que la matière obéit à des lois objectives, et que le fait d'essayer de formuler ces lois soit un objectif de la science. Nous admettons ici que la loi de Newton est strictement vraie

* [N.d.t.: *true or very nearly true* dans le texte original.]

uniquement pour avoir à notre disposition un exemple précis de loi physique possédant une structure mathématique (ce qui fait qu'elle ne peut pas être exprimée en langage nominaliste), et qui soit intelligible par la plupart des gens - ce que ne sont pas, malheureusement, des lois physiques beaucoup plus compliquées.

La loi de Newton présente donc l'intérêt d'avoir un contenu qui, bien qu'il soit dans une certaine mesure parfaitement clair (la "poussée" gravitationnelle est directement proportionnelle aux masses et obéit à une loi de l'inverse du carré), transcende tout à fait ce qui peut être exprimé en langage nominaliste. Même si le monde était plus simple qu'il ne l'est, si la gravitation était la seule force qui y règne, et si la loi de Newton était parfaitement valable, il serait encore impossible de "faire" de la physique en langage nominaliste.

Mais comment pouvons-nous être sûr qu'il en soit bien ainsi ? Même si aucun nominaliste n'a encore proposé de moyen qui permette de "traduire" des propositions telles que la loi de Newton en langage nominaliste, comment pouvons-nous être sûr qu'aucun moyen de ce genre n'existe ?

Considérons ce qui est en jeu ici, et donc, non seulement la loi de la gravitation elle-même, mais aussi ses sous-entendus manifestes. Cette loi présuppose en premier lieu l'existence de forces, de distances et de masses, peut-être pas en tant qu'entités réelles, mais tout au moins comme de choses pouvant être mesurées à l'aide de nombres réels d'une manière ou d'une autre. Si nous devons utiliser la loi de Newton, nous avons besoin d'un langage assez riche pour énoncer non seulement la loi elle-même, mais des faits du genre "la force f_{ab} est $r_1 \pm r_2$ ", "la masse M_a est $r_1 \pm r_2$ ", "la distance d est $r_1 \pm r_2$ ", où r_1 et r_2 sont des nombres rationnels arbitraires. (Il n'est pas nécessaire, ni même vraiment possible, de prétendre spécifier chaque nombre réel; par contre, nous avons besoin de pouvoir exprimer de façon arbitrairement précise des estimations rationnelles de grandeurs physiques).

Mais aucun nominaliste n'a jamais proposé de procédé par lequel on puisse traduire en langage nominaliste des propositions arbitraires du genre "la distance d est $r_1 \pm r_2$ ". En outre, à moins que nous ne soyons disposés à postuler l'existence d'une infinité actuelle d'objets physiques, aucun "schéma de traduction" tel que celui que nous venons d'envisager ne peut exister d'après l'argument suivant: s'il n'existe qu'une quantité finie d'éléments, alors il ne lui correspond qu'une quantité finie de propositions non équivalentes dans le langage formalisé nominaliste. Autrement dit, il existe un nombre fini de propositions S_1, S_2, \dots, S_n telles que, pour une proposition donnée S , on ait soit $S \equiv S_1$, soit $S \equiv S_2, \dots$, soit $S \equiv S_n$; de plus, pour l'indice i approprié, $S \equiv S_i$ se déduit logiquement de la proposition "le nombre des éléments est N "⁽³⁾. Mais si nous disposons de noms pour deux éléments différents de notre

³ - Voici une esquisse de preuve de cette affirmation. Supposons, par exemple, que $N = 2$ et introduisons provisoirement les symboles "a" et "b" pour désigner les deux éléments dont on suppose ainsi l'existence. Réécrivons chaque expression $(x) Px$ comme une conjonction $Pa \wedge Pb$ et chaque expression $(\exists x) Px$ comme une disjonction $Pa \vee Pb$. Ainsi, chaque énoncé S du langage est transformé en un énoncé S' sans quantificateurs. En admettant que le nombre de prédicats primitifs du langage soit fini, il n'existe qu'une quantité finie d'expressions atomiques. Si le nombre de ces expressions atomiques est n , le nombre de leurs fonctions de vérité est 2^{2^n} . On peut facilement construire 2^{2^n} énoncés sans quantificateurs qui correspondent à ces 2^{2^n} fonctions de vérités; alors,

suite de la note page suivante

"langage de la physique" (a et b par exemple) et que nous puissions y formuler les propositions "la distance de a à b est de un mètre \pm un centimètre", "la distance de a à b est de deux mètres \pm un centimètre", etc., alors, il est évident que nous devons disposer d'une série *infinie* de propositions non équivalentes qui leur correspondent (et, étant donné la prémisse "le nombre des objets est N ", cette non équivalence entre propositions ne disparaît pas; on ne déduit pas logiquement de cette prémisse que deux propositions quelconques parmi celles données ci-dessus ont la même valeur de vérité). Ainsi, toute "traduction" du "langage de la physique" en "langage nominaliste" ne peut que semer la confusion dans les relations logiques; pour tout N , il y aura deux entiers différents n et m tels que le "théorème faux" suivant:

Si le nombre des éléments est N , alors la distance de a à b est n mètres \pm un centimètre \equiv la distance de a à b est m mètres \pm un centimètre.

se métamorphose en un vrai théorème de logique si nous acceptons le schéma de traduction en question. Un langage nominaliste est donc *par principe* inadéquat et insuffisant pour la physique.

Cette insuffisance devient même plus claire si nous examinons notre question moins formellement. Le concept de "distance en mètres" est extrêmement complexe. Qu'est-ce que cela implique en effet de supposer qu'une grandeur physique comme une distance puisse être, d'une manière ou d'une autre, mise en relation avec des *nombres réels* ?

Voici une explication que je pense correcte. Il est clair que la physique nous conduit à reconnaître l'existence d'entités telles que les "points de l'espace" (ou les points de l'espace-temps en physique relativiste), bien que la nature de ces entités soit loin d'être limpide. Bien que ce soit manifestement faux, les physiciens disent fréquemment que des points de l'espace-temps sont tout simplement des "événements". Carnap et Quine préfèrent quant à eux imaginer les points comme des triplets de nombres réels - ou des quadruplets de nombres réels dans le cas de l'espace-temps; ceci cependant semble extrêmement artificiel, car intuitivement, l'identité d'un point de l'espace ne dépend pas d'un quelconque système particulier de coordonnées (*). Je

n'importe quel énoncé construit en dehors de ces n expressions atomiques données et à l'aide de connecteurs fonctionnels de vérité sera logiquement équivalent à l'une de ces expressions T_1, T_2, \dots, T_{2^n} . De plus, si $S \equiv T_i$ est un théorème du calcul propositionnel, il est facile de voir que $S \equiv (\exists a, b) (a \neq b \wedge T_i)$ est vrai dans tout univers de deux éléments; et donc, l'énoncé "le nombre d'éléments est deux" - que l'on peut symboliser par $(\exists a, b) (a \neq b \wedge (x) (x = a \vee x = b))$ - implique $S \equiv (\exists a, b) (a \neq b \wedge T_i)$. Ainsi, en posant $S_1 = "(\exists a, b) (a \neq b \wedge T_1)"$, $S_2 = "(\exists a, b) (a \neq b \wedge T_2)"$, ..., on obtient les deux résultats suivants: (1) si le nombre d'éléments est *deux*, tout énoncé S est équivalent en valeur de vérité à l'une des expressions S_1, S_2, \dots, S_{2^n} ; (2) pour l'indice i approprié, l'énoncé $S \equiv S_i$ est lui-même *impliqué* par le fait que le nombre des éléments est deux. La même idée est utilisable pour un nombre fini quelconque d'éléments.

* [N.d.t.: Putnam est peut-être un peu elliptique ici en laissant entendre que ces deux philosophes proposent une conception aussi simpliste. Il n'ignore sûrement pas, par exemple, que la succession des systèmes de coordonnées illustre surtout l'inscrutabilité de la référence chez Quine. Cf. Quine

suite de la note page suivante

préfère, pour ma part, les penser comme des propriétés de certains événements (ou de particules, si l'on a à l'esprit une physique de particules ponctuelles); pour le moment toutefois, prenons les comme des entités primitives en ne les identifiant pas davantage que par le nom "point". Quel que soit le point de vue adopté, il existe une relation $C(x, y, z, w)$ que l'on peut appeler relation de congruence; c'est une relation physiquement signifiante entre des points, et que l'on exprime en langage habituel en disant que l'intervalle $[xy]$ est *congruent* à l'intervalle $[zw]$. (Je dis "quel que soit le point de vue" car il existe de sérieuses divergences entre les philosophes qui pensent que cette relation peut être définie opérationnellement, et ceux qui, comme moi, soutiennent que toutes les prétendues définitions opérationnelles sont gravement erronées et que ce type de relation doit être prise pour primitive dans la théorie physique). Prenons deux points (par exemple les extrémités du mètre standard de Paris, à un instant donné) et appelons les a_1 et a_2 . Nous poserons par définition que la distance de a_1 à a_2 est *un*. Nous pouvons alors définir de la manière suivante la "distance" comme une mesure numérique déterminée pour n'importe quel couple de points x et y :

"La distance de x à y est r " est définie comme signifiant $f(x, y) = r$, où f est une fonction quelconque qui satisfait aux cinq conditions suivantes:

- (1) $f(w, v)$ est définie et possède une valeur réelle non négative pour tous points w et v .
- (2) $f(w, v) = 0$ si et seulement si w est le même point que v .
- (3) $f(w, v) = f(w', v')$ si et seulement si on a $C(w, v, w', v')$, c'est-à-dire, si et seulement si l'intervalle $[w, v]$ est congruent à l'intervalle $[w', v']$.
- (4) Si w, v et u sont des points colinéaires et si v est entre w et u , alors $f(w, u) = f(w, v) + f(v, u)$. (Ici, les termes "colinéaire" et "entre" peuvent être définis par des méthodes connues en fonction de la relation C , ou être considérés comme étant d'autres notions primitives de la géométrie physique).
- (5) $f(a_1, a_2) = 1$.

On peut montrer qu'il n'existe qu'une seule fonction f satisfaisant ces cinq conditions (4). La signification de la définition donnée ci-dessus peut être formulée ainsi: la distance est la valeur de l'unique fonction qui satisfait (1) à (5).

Nous appellerons l'explication donnée plus haut, description d'une "numérialisation" (5) de la grandeur physique qu'est la distance. Le point intéressant

W.V.O.: *Relativité de l'ontologie et autres essais*. Trad. fr. par Jean Largeault. Paris: Aubier-Montaigne. 1977. p. 62 sq.]

⁴ - Strictement parlant, ce n'est vrai que si l'on exige que f soit une fonction *continue* de l'ensemble des points de l'espace dans celui des nombres réels. Cependant, cette propriété de continuité peut être exprimée sans supposer que nous disposions déjà d'une métrique disponible sur les points de l'espace. J'ai laissé ceci de côté dans mon texte uniquement pour simplifier la discussion.

⁵ - Le terme utilisé dans tous les textes de philosophie des sciences n'est pas "numérialisation", mais "mesure" [*measurement*]. J'ai forgé ce barbarisme afin d'insister sur le fait que le problème n'est pas de *mesurer* quelque chose, mais de *définir* quelque chose - à savoir, une correspondance

suite de la note page suivante

dans ce contexte est celui-ci: même si nous considérons les "points" comme des objets et la relation " $C(x, y, z, w)$ " comme primitive, nous ne pouvons pas encore rendre compte de la "numéricalisation" de la distance sans quantifier sur les fonctions. (Bien sûr, nous pourrions éviter le problème dans son ensemble en identifiant les points avec des triplets de nombres réels et en utilisant le théorème de Pythagore pour nous fournir une définition de la distance; mais alors, ou bien la relation "l'objet O est au point P " devra être analysée, ou bien nous devons abandonner la "numéricalisation" comme étant une chose fondamentalement mystérieuse et inexpliquée.)

En résumé, même les propositions de la forme "la distance de a à b est $r_1 \pm r_2$ " (où r_1 et r_2 sont des nombres rationnels variables) ne peuvent être expliquées sans utiliser la notion de fonction de l'ensemble des points dans celui des nombres réels - ou tout au moins, dans celui des nombres rationnels. Pour n'importe quels r_1 et r_2 constants, une proposition équivalente peut certes être construite en quantifiant uniquement sur des points; mais pour saisir le sens de ce prédicat en tant que prédicat des variables r_1 et r_2 , on a besoin de notions telles que celles de fonction ou d'ensemble. Et la manière naturelle de procéder, comme nous venons de le voir, fait même appel à des fonctions de l'ensemble des points dans celui des nombres réels.

Il est facile, pour une seule et même personne, d'exprimer dans un contexte des convictions nominalistes, et de parler, dans un autre contexte, de "distance" comme étant quelque chose de défini (et ayant une valeur numérique) pour des points arbitraires x et y . Et pourtant, nous venons de voir qu'une telle attitude est inconsistante. Si la "numéricalisation" des grandeurs physiques a un sens, nous devons accepter des notions telles que celles de fonction et de nombre réel; et ce sont justement là des notions que le nominaliste rejette. Si rien ne répond réellement à ces concepts, qu'affirme donc la loi de la gravitation ? Car cette loi est totalement dénuée de sens si l'on ne peut expliquer que des variables puissent décrire des distances arbitraires (ainsi, bien sûr, que des forces et des masses également arbitraires).

entre couples de points et nombres. Le terme "mesure" est un reliquat de l'époque opérationnaliste, lorsque l'on supposait que la mesure était antérieure à la définition (plutôt que vice versa).

[N.d.t.: *numericalization* dans le texte original; le néologisme français *numérisation* est investi d'un sens technique et informatique précis et complètement différent, aussi ai-je également rendu ce terme par le barbarisme *numéricalisation*].

VI.

Conception prédicative contre conception imprédicative de la notion d'"ensemble"

L'ensemble $\{x, y\}$ possédant les deux éléments x et y est appelé paire non ordonnée de x et de y . On peut définir de différentes manières des paires ordonnées à l'aide de paires non ordonnées. Bien qu'elle ne soit pas la plus habituelle, la façon la plus naturelle est peut-être celle-ci: on se donne deux objets a et b qui vont servir de "marqueurs". On identifie alors la paire ordonnée constituée de x et de y avec l'ensemble $\{\{x, a\}, \{y, b\}\}$, c'est-à-dire avec la paire non ordonnée dont les éléments sont les deux paires non ordonnées $\{x, a\}$ et $\{y, b\}$. Notons $\langle x, y \rangle$ cette paire ordonnée; autrement dit, $\langle x, y \rangle$ est définie comme étant $\{\{x, a\}, \{y, b\}\}$. On voit alors aisément que, pour tout x, y, u, v :

$$\langle x, y \rangle = \langle u, v \rangle$$

si et seulement si $x = u$ et $y = v$. Ainsi, deux "paires ordonnées" sont identiques uniquement quant leurs éléments sont identiques et sont dans le même ordre (c'est d'ailleurs tout ce que l'on demande à une définition de la notion de "paire ordonnée").

En mathématiques, une relation binaire est simplement un ensemble de paires ordonnées. Comme une "paire ordonnée" est définie en termes de "paire non ordonnée" et que les "paires non ordonnées" sont simplement des ensembles, il s'ensuit qu'une "relation" peut être définie à l'aide de l'unique notion primitive d'*ensemble*. Si R est une relation telle que, pour tout u, v, y , on ait:

$$\text{si } \langle u, v \rangle \in R \text{ et } \langle u, y \rangle \in R, \text{ alors } v = y,$$

la relation R est appelée "fonction". Comme une fonction est définie en termes de "relation" (et à l'aide de la notion d'égalité que nous estimons faire partie de la logique élémentaire), elle est également définie en termes d'*ensemble*.

D'autre part, il est bien connu que les nombres naturels 0, 1, 2, 3, ... peuvent être définis de différentes façons en termes d'*ensemble*. Par exemple, on peut assimiler 0 à l'ensemble vide, 1 à $\{0\}$, 2 à $\{0, 1\}$, 3 à $\{0, 1, 2\}$, etc. De plus, les opérations élémentaires "plus", "fois", etc., peuvent toutes être définies à partir de la notion d'*ensemble*. Les nombres rationnels sont naturellement identifiés aux paires ordonnées de nombres naturels sans diviseurs communs et telles que le second nombre de chaque paire ordonnée soit différent de zéro; et les nombres réels peuvent, par exemple, être identifiés à des séries de nombres rationnels (une "série" étant une fonction dont le domaine est l'ensemble des nombres naturels). Ainsi, tous les "objets" des mathématiques pures peuvent être construits en partant de l'unique notion d'*ensemble*; et il s'agit là, en effet, de la manière de procéder que l'on préfère dans les mathématiques contemporaines.

Au lieu de dire, comme au chapitre précédent, que la physique nécessite fondamentalement une référence à des fonctions et à des nombres réels, nous aurions simplement pu dire qu'elle a besoin d'une notion telle que celle d'*ensemble*, puisque les notions de nombre et de fonction peuvent être construites avec cette dernière. Dans ce chapitre, nous examinerons rapidement cette notion d'ensemble.

La difficulté la plus célèbre de la notion d'ensemble peut être décrite ainsi; supposons que nous admettions les deux propositions suivantes:

- (1) Les ensembles sont des entités de leur propre chef, par essence - c'est-à-dire, des choses sur lesquelles on puisse quantifier ⁽⁶⁾ -.
- (2) Si Φ est une condition bien définie quelconque, alors il existe un ensemble constitué de toutes les entités qui satisfont à la condition Φ .

Alors, en admettant aussi que la condition " $\sim x \in x$ " est bien définie, il en découle qu'il existe un ensemble de tous ces ensembles x tels que x n'appartienne pas à x . Si y est cet ensemble, on a:

$$(3) \quad (x) (x \in y \equiv \sim x \in x)$$

Mais alors, en substituant y à x , on obtient:

$$(4) \quad y \in y \equiv \sim y \in y \quad \text{et ceci est une contradiction ! (*)}$$

Évidemment, l'une de nos hypothèses était fausse. Mais laquelle ? Nous pourrions affirmer que " $\sim x \in x$ " n'est pas une condition bien définie pour des ensembles arbitraires x et y . Mais si $x \in y$ est une relation bien définie pour des ensembles arbitraires x et y , il semblerait que $x \in x$ et $\sim x \in x$ doivent également être bien définies (dans le sens où elles possèdent une valeur de vérité bien déterminée) pour tous les ensembles x . Renoncer soit à l'idée que $x \in y$ est une relation bien définie, soit à l'idée que les ensembles sont des entités sur lesquelles on puisse quantifier, serait en fait renoncer complètement à la théorie des ensembles. Mais alors, la seule alternative est d'abandonner, ou tout au moins de restreindre la proposition (2), ce qui heurte au plus haut point l'intuition.

La soi-disant théorie des types (***) constitue une façon d'échapper à cette difficulté. D'après cette théorie, " $x \in y$ " est bien défini uniquement si x et y sont de

⁶ - "Quantifier sur" des ensembles signifie utiliser des expressions du genre "pour tout ensemble x " et "il existe un ensemble x tel que".

[N.d.t.: La "définition" d'une entité mathématique comme "chose sur laquelle il est possible de quantifier" est connue traditionnellement sous le nom de *critère ontologique de Church et Quine*.]

* [N.d.t. : Il s'agit là, bien sûr, d'une exposition de la célèbre antinomie de Russell.]

*** [N.d.t. : *the so-called theory of types* dans le texte original. Putnam exprime ainsi le caractère obsolète et quelque peu *ad hoc* de la théorie échafaudée par Russell et Whitehead dans les *Principia Mathematica*. On lui préfère aujourd'hui divers systèmes axiomatisés comme celui de Zermelo et Fraenkel.]

types adéquats; les éléments comptent pour le type zéro, les ensembles d'éléments pour le type un, les ensembles d'ensembles d'éléments pour le type deux, etc. Selon cette théorie, l'expression " $\sim x \in x$ " n'est même pas grammaticalement correcte puisque l'on ne peut dire d'aucun ensemble s'il est ou s'il n'est pas élément de lui-même. On peut se demander si un ensemble appartient à n'importe quel ensemble du type immédiatement supérieur, mais pas s'il appartient à lui-même (ou à n'importe quel ensemble qui ne soit pas du type immédiatement supérieur).

Soit R une relation quelconque entre des éléments. Un ensemble α tel que pour tout x , si $x \in \alpha$, alors $y \in \alpha$ pour au moins un y tel que Rxy , sera appelé, pour l'instant, une *R-chaîne*. Supposons que nous voulions exprimer qu'il existe une *R-chaîne* contenant un élément U . Nous écrivons alors:

$$(5) \quad (\exists \alpha) (\alpha \text{ est une } R\text{-chaîne} \wedge U \in \alpha)$$

où " α est une *R-chaîne*" abrège l'expression " $(x) (x \in \alpha \supset (\exists y) (y \in \alpha \wedge Rxy))$ ".

Or, l'ensemble β de tous les U (chaque U étant tel qu'une certaine *R-chaîne* contienne U) est un ensemble parfaitement légitime, et ceci, en accord avec la théorie des types et la plupart des mathématiciens. Un petit nombre de mathématiciens et de philosophes s'opposent cependant à l'idée d'un tel ensemble. Ils affirment que définir un ensemble β comme l'ensemble de tous les U tels qu'il existe une *R-chaîne* contenant U est "vieux", car "la totalité dans les termes de laquelle β est définie" (la totalité de toutes les *R-chaînes* α) pourrait contenir β lui-même. En règle générale, ces mathématiciens et philosophes affirment qu'un ensemble ne devrait jamais être défini en termes de "totalité", à moins que la totalité en question ne puisse contenir cet ensemble ou n'importe quel autre ensemble défini à l'aide de cet ensemble. Bien sûr, cela reste assez imprécis. Mais l'intention qui sous-tend tout ceci est assez intéressante.

Supposons que je ne comprenne pas du tout la notion d'"ensemble", ou même que je ne fasse usage que d'un certain langage nominaliste N . Supposons encore qu'un beau jour, je décide de comprendre deux notions qui ne sont pas nominalistes, ou, tout au moins, dont le statut nominaliste est litigieux: les notions de "formule" et de "vérité". A l'aide de ces notions, je peux introduire une version très affaiblie de la notion d'ensemble; j'identifie les ensembles avec les formules de mon langage nominaliste qui possèdent seulement une variable libre x - par exemple, j'identifie l'ensemble des choses rouges avec la formule " $\text{Rouge}(x)$ ". J'explique alors la notion d'"appartenance" à un ensemble comme suit: si y est un élément et α un "ensemble" (i.e.: une formule qui ne comporte qu'une seule variable libre x), alors " $y \in \alpha$ " devra signifier que α est vrai pour y - où une formule $\Phi(x)$ est vraie pour un élément y uniquement dans le cas où la formule en question est vraie quand x est interprétée comme un nom de y -. Ainsi, si α est la formule " $\text{Rouge}(x)$ ", on a:

- $y \in \alpha$ si et seulement si α est vraie pour y ,
- i.e. si et seulement si " $\text{Rouge}(x)$ " est vraie pour y ,
- i.e. si et seulement si y est rouge.

Et "Rouge(x)" s'avère bien être, comme il se doit, "l'ensemble de toutes les choses rouges".

J'appelle cette formulation une version "faible" de la notion d'ensemble, parce que cela n'a toujours aucun sens de parler de *tous* les ensembles d'éléments (sans compter les ensembles de type supérieur à un); on peut bien sûr envisager toutes les formules, mais ce n'est là que parler de tous les éléments définissables dans mon langage nominaliste N . Si de nouvelles notions primitives sont ajoutées au langage N , alors, en général, la totalité des ensembles (au sens défini précédemment) sera étendue. On peut renouveler le procédé décrit ci-dessus. Soit donc N' le langage obtenu à partir de N en autorisant une quantification sur tous les ensembles d'éléments définissables dans N ; soit N'' le langage obtenu à partir de N' en autorisant une quantification sur tous les ensembles d'éléments définissables dans N' , etc. Alors, tous les ensembles d'éléments (définissables dans N , N' , N'' , etc.) constituent des exemples d'ensembles "prédicatifs": chacun de ces ensembles présuppose une "totalité" qui soit définie précédemment - en commençant par la totalité des éléments -, et qui ne le présuppose pas lui-même. [On peut également introduire des ensembles prédicatifs de type supérieur en termes de formules de formules, mais nous ne le ferons pas ici]. Le point qui nous intéresse dans cette approche est celui-ci: cette notion prédicative d'ensemble peut être exposée jusqu'à n'importe quel niveau de la série N , N' , N'' , etc., en termes de quantification sur les ensembles définissables plus avant dans la série en question, et sur eux seulement; et toute cette manière de s'exprimer - "ensembles définissables dans N ", "ensembles définissables dans N' ", etc. - peut elle-même être vue, si l'on veut, comme une simple *façon de parler* (*), explicable à l'aide des notions de formule et de vérité.

En opposition avec ce qui précède, si l'on parle de tous les ensembles comme d'une totalité bien définie (et non plus seulement de tous les ensembles définissables dans un quelconque langage de la série N , N' , N'' , etc.), on dit alors que l'on a affaire à une conception imprédicative de la notion d'ensemble.

* [N.d.t.: *façon de parler*, en français dans le texte original.]

VII.

Quelle quantité de théorie des ensembles est réellement indispensable pour la Science ?

Dans les chapitres précédents, nous avons indiqué que la notion d'ensemble ou toute autre notion équivalente (par exemple, celle de fonction) est indispensable à la science. Nous devons maintenant nous demander si la science a besoin de la notion "forte" (imprédictive) d'ensemble, ou seulement de la notion "faible" (prédictive). Car si nous sommes un tant soit peu intéressés par le débat du nominalisme et du réalisme, il ne faut pas s'imaginer que la seule alternative soit: (a) le nominalisme, ou (b) l'acceptation de la notion de "tous les ensembles" (ou de "tous les ensembles d'éléments"). Si nous penchons quelque peu vers le nominalisme, il se peut que nous désirions conserver le minimum possible de compromissions non nominalistes; et limiter celles-ci aux deux notions de "vérité" et de "formule" peut paraître tout à fait séduisant. La "vérité", en effet, est une notion à laquelle certains nominalistes pensent de toute façon avoir droit; et si les "formules" (au sens de "types de formules", qu'elles soient explicitées ou non par des inscriptions effectives), sont des "entités abstraites" et donc non nominalistes, elles demeurent néanmoins des notions relativement claires.

En ce qui concerne les mathématiques pures, il semble que l'on puisse développer une certaine partie de celles-ci en utilisant seulement la théorie prédictive des ensembles, à condition de tolérer des ensembles prédictifs d'objets autres que les objets physiques. Si nous considérons par exemple les formules du langage N comme étant des éléments d'un autre langage M , et que nous construisions alors, comme il est indiqué au chapitre précédent, une série de langages M, M', M'' , etc., nous pouvons tout au moins développer l'arithmétique des nombres rationnels et une théorie rudimentaire des fonctions de nombres rationnels. (Nous avons cependant besoin d'un domaine infini d'éléments pour "démarrer"; nous devons prendre pour éléments des choses qui, telles les formules, ne sont pas concrètes, et ce, sans que nous soyons prêts à postuler l'existence d'une infinité actuelle d'objets physiques). Malheureusement, aucune théorie satisfaisante des nombres réels ou des fonctions de variables réelles ne peut être obtenue de cette façon, et c'est pourquoi la plupart des mathématiciens rejettent le point de vue prédictif.

Pour revenir à la logique, c'est-à-dire à la notion de "validité", nous avons dit au début de cet essai que l'une des conceptions de cette notion de "validité", à savoir celle de "vérité de toutes les instances de substitution" selon un langage quelconque M , peut être définie en des termes qui sont fondamentalement ceux de la théorie prédictive des ensembles (en utilisant uniquement la vérité et la quantification sur des formules). Nous avons remarqué aussi qu'une conception plus satisfaisante de la "validité" exige l'utilisation de l'expression "tous les ensembles", c'est-à-dire des notions de la théorie imprédictive des ensembles.

En revenant enfin à la physique, nous remarquons alors ceci: au premier abord, la loi de la gravitation - que nous prétendons être la seule loi de la physique au cours de cet essai - nécessite une quantification sur des nombres *réels*. Cependant, cette

dernière loi est équivalente à la proposition suivante: pour chaque rationnel ε et tous les rationnels m_1 , m_2 et d_1 , il existe un rationnel δ tel que:

$$\text{Si } M_a = m_1 \pm \delta, M_b = m_2 \pm \delta, d = d_1 \pm \delta$$

alors

$$F = (gm_1m_2/d_1^2) \pm \varepsilon$$

et cette proposition utilise uniquement des quantifications sur des nombres rationnels. (Il subsiste toutefois le problème de la constante de gravitation qui peut ne pas être rationnelle ! Je ne m'en soucierai pas ici). Ainsi, un langage qui quantifie uniquement sur des nombres *rationnels* et qui mesure les distances, les masses, les forces, etc., à l'aide d'approximations rationnelles ("la masse de a est $m_1 \pm \delta$ ") est, en principe, assez puissant pour *énoncer* au moins la loi de la gravitation.

En supposant uniquement la théorie prédicative des ensembles, on peut facilement définir les nombres rationnels. On possède ainsi suffisamment de théorie des ensembles pour définir "le nombre cardinal de S ", où S est n'importe quel ensemble fini et *définissable* de choses physiques. Traiter la "numérialisation" des grandeurs physiques telles que la distance, la force et la masse en utilisant des approximations rationnelles et des ensembles prédictifs est assez compliqué mais pourtant parfaitement possible. Il apparaît donc *possible* (quoique complexe et maladroit) de faire de la physique en utilisant seulement la théorie prédicative des ensembles.

En résumé, les "besoins" théoriques ensemblistes de la physique sont étonnamment semblables aux besoins théoriques ensemblistes de la logique pure. Les deux disciplines ont besoin d'une théorie des ensembles pour fonctionner un tant soit peu. Elles peuvent "vivre" toutes les deux, mais vivre chichement, avec le régime maigre des seuls ensembles prédictifs. Elles peuvent aussi vivre très épanouies avec le régime riche des ensembles imprédictifs. Ainsi donc, tandis que l'indispensabilité de la quantification sur des ensembles constitue un argument quelconque en faveur de leur existence (et nous discuterons pourquoi il en est ainsi au chapitre suivant), nous pouvons affirmer qu'il s'agit là d'un argument puissant en faveur de l'existence tout au moins des ensembles prédictifs; et c'est aussi un argument assez fort (mais pas *aussi* fort) en faveur de l'existence des ensembles imprédictifs. Cependant, lorsque l'on atteint les extrémités ultimes de la théorie des ensembles (les ensembles d'ensembles d'ensembles), nous en arrivons à des concepts qui ne sont pas actuellement nécessaires en dehors des mathématiques pures. La cause du "réalisme" développée dans le présent chapitre est donc bien définie: on doit accepter les ensembles de choses, les nombres réels et les fonctions portant sur différentes sortes de choses et à valeurs réelles comme étant une partie de la charpente indispensable (ou presque indispensable) à l'heure actuelle pour les sciences physiques et la logique - et comme une partie de ce dont nous débattons l'existence -. Par contre, les ensembles de type très élevé ou ceux qui possèdent de très grands cardinaux (au delà de la puissance

du continu, par exemple), devraient, pour le moment, être explorés dans un esprit conjectural (*). Ils peuvent un jour s'avérer aussi indispensables pour la *formulation* des lois physiques que les nombres rationnels le sont aujourd'hui; l'incertitude concernant leur "existence" apparaîtra alors aussi futile que le nominalisme extrême à l'heure actuelle. Mais pour le moment, nous devrions les regarder tels qu'ils sont, c'est-à-dire comme des extensions osées et spéculatives de l'appareil mathématique de base des sciences.

* [N.d.t.: *an "if-then" spirit* dans le texte original. Selon Putnam, la philosophie "if-theniste" est due à Russell lui-même avant qu'il n'adopte le logicisme: "les mathématiques ont pour tâche de montrer que *si* il existe une quelconque structure satisfaisant tel ou tel axiome (par exemple les axiomes de la théorie des groupes), *alors* cette structure satisfait tel ou tel énoncé supplémentaire (un théorème de la théorie des groupes)." Putnam H. *The thesis that mathematics is logic in Mathematics, Matter and Method. Philosophical Papers, vol. 1.* Cambridge University Press, 1975. p. 20.]

VIII.

Arguments d'indispensabilité

Jusqu'à maintenant, j'ai développé mon argumentation en faveur du réalisme en suivant grosso modo le raisonnement suivant: la quantification sur des entités mathématiques est indispensable à la fois aux sciences formelles et aux sciences physiques; nous devons donc accepter une telle quantification. Mais alors, cela nous contraint à accepter l'existence des entités mathématiques en question. Ce genre d'argumentation provient bien sûr de Quine, qui, durant des années, a souligné le caractère indispensable de la quantification sur des entités mathématiques et la malhonnêteté intellectuelle qui consiste à nier l'existence de ce que l'on présuppose quotidiennement. Mais les arguments d'indispensabilité soulèvent nombre de problèmes et j'aimerais maintenant en discuter brièvement quelques-uns.

On peut, par exemple, se demander ce que signifient exactement des phrases telles que "il existe des nombres", "il existe des ensembles", "il existe des fonctions des points de l'espace-temps vers les nombres réels", etc. S'il ne s'agit pas d'authentiques assertions, mais seulement, pour ainsi dire, de pseudo-assertions, alors *aucun* argument ne peut les rendre crédibles; et, *a fortiori*, les "arguments d'indispensabilité" ne peuvent pas constituer de bons arguments pour croire en elles.

Mais pour quelle raison peut-on dire que les expressions "il existe des nombres", "il existe des ensembles", etc., sont inintelligibles ? On peut suggérer que *quelque chose* doit être faux dans ces "assertions" étant donné qu'on ne les rencontre qu'en *philosophie*. Mais ce type d'argument reste extrêmement douteux, aussi à la mode qu'il puisse être actuellement. C'est une chose de *montrer* que les locutions sur lesquelles repose un problème philosophique particulier sont linguistiquement déviantes. A la vérité, si on ne peut trouver *aucune* solution ne nécessitant *pas* de maltraiter le langage pour résoudre le "problème", alors, on peut soupçonner avec raison que ce "problème" n'est en fait pas clair du tout; même si, pourtant, cela serait presque revenu à une forme de certitude, puisque les expressions linguistiquement déviantes n'ont pas toujours besoin d'être littéralement *inintelligibles*. Mais le fait que les termes essentiels d'un problème philosophique ou d'une assertion soient linguistiquement déviants (ou, plus simplement, "étranges", "suspects",...) ne constitue pas un argument contre la réalité du problème ou de l'assertion en question, si cette déviance (ou cette "étrangeté", ou autres) est uniquement mise en évidence en recourant au principe douteux selon lequel les termes et les propositions qui interviennent en philosophie sont *ipso facto* déviants. Car la difficulté (et il apparaît en fait qu'il s'agit plus que d'une "difficulté"), c'est qu'il n'existe aucune évidence *linguistique* en faveur de cette prétention surprenante. Toute discipline possède des termes et des propositions qui lui sont propres, et il n'y a absolument aucune raison pour qu'il n'en soit pas de même pour la philosophie. Si, par exemple, la proposition "il existe des objets matériels" ne se rencontre pas en dehors de la philosophie, c'est parce que seuls les philosophes sont concernés par les conséquences de la croyance en une telle proposition, et qu'eux seuls possèdent la patience et l'entraînement professionnel nécessaires pour poursuivre une argumentation qui s'avère très difficile; quelle autre

science est concernée par de telles conséquences ou argumentations ? Bien que l'on entende fréquemment dire que les propositions philosophiques sont, par nature, linguistiquement (ou logiquement, ou "conceptuellement") confuses, il n'existe pas la moindre preuve *linguistique* qui permette de montrer que des expressions comme "il existe des nombres", "il existe des ensembles", "il existe des objets", sont *linguistiquement* déviantes; c'est-à-dire que ces énoncés transgressent quelque norme du langage naturel susceptible d'être établie comme telle à l'aide de procédures scientifiques adéquates.

Pour exprimer cela d'une autre façon, il serait étonnant et important si nous pouvions *montrer* honnêtement que les expressions spécifiques au discours philosophique possèdent en elles-mêmes quelque chose de linguistiquement faux; mais il est sans intérêt de prétendre qu'il en est ainsi si l'"évidence" de cette déclaration tient simplement au fait que certaines expressions particulières à la philosophie *doivent* avoir en elles quelque chose de faux *parce qu'elles* sont spécifiquement philosophiques et *parce que les expressions qui se rencontrent uniquement dans le discours philosophique sont "singulières"*. Cet argument est en forme de cercle vicieux: on avance un principe *P* selon lequel, il y a quelque chose de faux dans les expressions qui se rencontrent uniquement dans le discours philosophique; on donne ensuite plusieurs exemples qui illustrent ce principe *P* (c'est-à-dire, des expressions philosophiques et des questions qui sont, paraît-il, "étranges", "curieuses", etc.); mais il s'avère que ces exemples *sont* probants uniquement si l'on affirme le principe *P*. Je ne nie pas qu'historiquement de nombreuses propositions philosophiques et beaucoup d'arguments ont contenu (et dans quelques cas, ont reposé essentiellement sur) des expressions qui, d'une manière ou d'une autre, sont "curieuses". Je prétends seulement qu'il n'y a rien de linguistiquement curieux *per se* ni dans les questions générales d'existence ("existe-t-il des nombres ?", "existe-t-il des objets matériels ?"), ni non plus dans les questions générales de justification et de persuasion ("qu'est-ce qui nous donne le droit de croire que des objets matériels existent ?"). [Ces dernières questions sont pourtant repoussées, et justement à l'aide du raisonnement circulaire décrit plus haut, dans le livre de John L. Austin *Sense and Sensibilia* (*); et je suis persuadé que beaucoup de philosophes auraient pareillement rejeté ces questions.]

Jusqu'ici, j'ai soutenu qu'il n'y a aucune raison pour classer des affirmations telles que "il existe des nombres" ou "il existe des ensembles" comme linguistiquement déviantes, excepté en vertu d'un principe philosophique qui paraît tout à fait aberrant. Il existe encore une façon commode d'éluder entièrement la question. Car même si certains philosophes rejettent l'énoncé "il existe des nombres" comme ne faisant pas partie, pour une raison ou une autre, de notre langage normal, l'expression "il existe des nombres ayant la propriété _" est admise comme non déviante (et même vraie) pour de nombreuses valeurs de "_". Par exemple, la phrase "il existe des nombres ayant la propriété d'être premiers et d'être plus grands que 10^{10} " est certainement non déviante et vraie. S'il s'avérait en effet que l'expression toute simple (**) "il existe des nombres" n'appartienne pas au langage, nous pourrions toujours l'y ajouter en l'introduisant simplement comme une nouvelle manière de

* [N.d.t: trad. fr. et intr. de Paul Gochet. *Le langage de la perception*. Paris: Armand Colin. 1971]

** [N.d.t.: *simpliciter* dans le texte original.]

parler stipulant que "il existe des nombres" est vrai si et seulement s'il existe une condition "_" telle que la proposition "il existe des nombres ayant la propriété_" soit vraie.

Cela revient à dire que si la phrase

(1) $(\exists x) (x \text{ est un nombre} \wedge x \text{ est premier} \wedge x > 10^{10})$

(i.e.: la phrase ainsi symbolisée) appartient au langage, et que, pourtant, l'expression

(2) $(\exists x) (x \text{ est un nombre})$

(i.e.: "il existe des nombres") n'appartient pas au langage, alors le langage ordinaire n'est pas "déductivement fermé"; en effet (2) est déductible de (1) dans la logique standard grâce au théorème " $(\exists x) (Fx \wedge Gx \wedge Hx) \supset (\exists x) (Fx)$ ". Mais si le langage n'est pas déductivement fermé, nous pouvons le clore déductivement en y introduisant l'expression (2), et de plus, cela peut être réalisé fondamentalement d'une seule façon. Nous pouvons ainsi tout aussi bien compter (2) comme appartenant, dès le début, au langage.

Nous avons pour l'instant rejeté l'opinion selon laquelle les expressions "il existe des nombres", "il existe des ensembles", ... , sont linguistiquement déviantes, ne possèdent pas de valeur de vérité, etc.

Certains philosophes ont pu avancer une seconde raison pour rejeter les arguments d'indispensabilité en soutenant que les vérités de la logique et des mathématiques sont *vraies par convention*. Si, en particulier, les expressions "il existe des nombres" et "il existe des ensembles" sont vraies par convention, les considérations ayant trait à l'indispensabilité ou non sont *sans objet*.

Cette position "conventionnaliste" s'effondre toutefois dès que l'on demande au conventionnaliste d'entrer dans les détails. *Comment, très précisément, la notion de vérité - telle qu'elle se rapporte aux phrases où l'on quantifie sur des entités abstraites - est-elle définie à l'aide de la notion de convention ?* Même en admettant que *certaines* expressions mathématiques soient "vraies par convention" (dans le sens où elles sont *immédiatement* vraies par convention), et que l'on puisse dresser la liste de ces expressions, le conventionnaliste exige encore une notion d'*implication* dans le but de manipuler celles des vérités mathématiques qui ne sont en aucune manière immédiatement conventionnelles (dans le sens où elles réclament une preuve). Mais, ainsi que nous l'avons vu, la notion d'implication (la validité du conditionnel) fait partie de celles qui nécessitent la théorie des ensembles pour être définie. Et donc, même s'il est correct, le conventionnalisme suppose que la quantification sur des entités abstraites soit quelque chose d'intelligible en dehors de la notion de "convention"; la vérité mathématique finit par être expliquée en vertu de conventions immédiates *et des mathématiques*; il s'agit là d'une explication trivialement correcte, excepté en ce qui concerne l'importante question de savoir quelle place tient réellement l'élément conventionnel dans les mathématiques. De plus, si le conventionnaliste n'est pas prudent, sa théorie de la vérité mathématique peut facilement se retrouver en conflit avec des résultats des mathématiques elles-mêmes - en particulier avec le théorème de Gödel. La discussion de ce point nous conduirait

cependant trop loin; pour l'instant, je rejeterai simplement le conventionnalisme au motif que personne n'a été capable d'*exposer* le point de vue en question de façon tout à fait précise et qui ne s'effondre pas immédiatement.

Les philosophes ont pu autrefois donner une troisième raison pour rejeter les arguments d'indispensabilité. Vers le début du siècle, un certain nombre d'entre eux ont déclaré que les entités variées présumées par le discours scientifique et celui du sens commun - et même, pour quelques-uns de ces philosophes, les objets matériels eux-mêmes - sont tout simplement des "fictions utiles"; ou alors, ils ont prétendu que nous ne pouvons en aucune manière avoir la possibilité de savoir si ces entités sont *plus* que des "fictions utiles" (et alors, nous pouvons tout aussi bien dire qu'elles sont effectivement des fictions utiles). Cette philosophie "fictionnaliste" semble avoir actuellement disparu; mais il est nécessaire de l'envisager ici un instant, ne serait-ce que parce qu'elle représente la réfutation la plus directe de la force de conviction des arguments d'indispensabilité. Car le fictionnaliste dit en substance: « *Oui*, certains concepts (les objets matériels, les nombres, les ensembles, etc.) sont indispensables, mais cela *ne* conduit *pas* du tout à montrer que les entités qui correspondent à ces concepts existent effectivement. Cela montre tout au plus que ces "entités" sont des *fictions utiles*. »

Si le fictionnalisme a été rejeté par les philosophes des sciences et épistémologues contemporains, il semble que ce soit en partie pour de mauvaises raisons. Les fictionnalistes considéraient comme une possibilité logique que les électrons (ou quoi que ce soit d'autre) n'existent pas effectivement, mais que nos expériences puissent se comporter *comme* s'il existe des électrons. Selon le "vérificationnisme" commun depuis la fin des années vingt, ceci est *dénué de sens*: si *p* est une proposition qui s'avère logiquement impossible à vérifier, alors *p* n'est pas vraiment une possibilité logique. Dans ce conflit toutefois, les fictionnalistes avaient sûrement raison et les vérificationnistes avaient tort: car il peut être absurde, ou fou, ou idiot, ou totalement irrationnel de croire, par exemple, que nous soyons tous des esprits désincarnés placés sous le contrôle mental de quelque intelligence toute puissante dont le but essentiel est de nous leurrer avec l'idée qu'il existe un monde matériel; mais ce n'est pas *logiquement impossible*. Ce texte n'est pas un essai sur le vérificationnisme, mais il convient de dire ici en passant que tous les arguments vérificationnistes étaient mauvais. L'argument central revenait à soutenir que la locution "il existe des objets matériels" signifie quelque chose dans le sens où, dans certaines circonstances, nous avons tendance à réaliser certaines expériences; mais tous les efforts pour réaliser le programme consistant à exhiber effectivement une réduction du langage des objets matériels au langage de la "donnée des sens" ["sense-datum" (*)] ont totalement échoué, et à l'heure actuelle, il semble bien qu'une telle réduction ne puisse être menée à bien. Étant donné une théorie *T* assez vaste pour contenir à la fois des énoncés de "sense-data" et des "énoncés de choses" (en supposant, par charité, qu'un tel langage de "sense-data" puisse être réellement construit), on peut certainement dire quels énoncés de "sense-data" sont logiquement impliqués par *T*; cela ne signifie pas cependant que les "énoncés de choses" dans *T* (tout au moins dans "le langage" considéré en dehors

* [N.d.t.: Cette locution empruntée à l'empirisme logique est suffisamment consacrée pour que nous évitions de la traduire par la suite.]

de toute théorie particulière) doivent être individuellement équivalents aux "énoncés de sense-data", quelle que soit la signification que l'on donne au mot "équivalent". Un autre argument consistait en une sorte de "question ouverte": « Est-ce que cela signifie quelque chose de plus de dire que des objets matériels existent, plutôt que, sous telles et telles conditions, nous avons tendance à avoir telles et telles expériences ? ». Mais cet argument du genre "question ouverte" présuppose le succès de la réduction phénoménologique. Si l'on dispose d'une traduction S' d'une phrase S traitant de choses dans un langage phénoménologique, alors il est légitime et bon de se demander « Qu'est-ce que S signifie de plus que S' ? »; mais on ne doit pas se poser cette question rhétorique avant d'avoir construit S' . Une variante consiste à dire: « Les pseudo-hypothèses, comme celle concernant le démon, possèdent uniquement un *sens imagé* ». En plus de constituer une forme discutable d'argument (puisqu'il suppose le point philosophique en cause et explique psychologiquement votre "tendance à l'erreur" d'opposant à cet argument), cette déclaration est fautive. L'"hypothèse du démon" n'est pas uniquement un *bruit* qui en arrive à évoquer des "images cérébrales". C'est aussi un énoncé grammatical d'un langage; on peut en réaliser des traductions libres; il est sujet à des transformations linguistiques; on peut en déduire d'autres propositions et dire également quelles propositions l'impliquent; on peut dire si il est linguistiquement adéquat ou non dans un contexte donné, et si un discours qui le contient est linguistiquement correct ou déviant. Et cependant, les vérificationnistes rétorqueraient: « Il ne s'ensuit pas qu'il ait un *sens* ». Ils auraient tort, car c'est justement là que réside le sens; être sensé, c'est être susceptible de certaines sortes de transformations récursives et être sujet à certains genres de régularités. Il se peut qu'aujourd'hui nous n'en sachions pas beaucoup plus sur ce sujet, mais nous en connaissons suffisamment pour juger que les vérificationnistes ne proposaient pas une analyse du sens, mais une redéfinition persuasive. Le pire de leurs arguments, cependant, s'énonçait de la manière suivante: « Si vous *admettez* effectivement l'hypothèse du démon comme une possibilité logique, vous serez condamné au scepticisme absolu; car vous ne serez jamais en mesure de suggérer quelque raison pour dire que c'est faux ». Au cas où quelqu'un aurait besoin d'une réponse à cette prétention suivant laquelle le vérificationnisme et lui seul peut nous sauver du spectre du scepticisme, en voici une: si l'hypothèse du démon est ainsi construite qu'elle conduise exactement aux mêmes conséquences testables que les systèmes d'hypothèses les plus plausibles auxquels nous croyons actuellement (ou bien aux mêmes conséquences testables que n'importe quel système d'hypothèses que tout esprit rationnel trouverait plus plausible), alors il n'est pas logiquement faux, mais il est logiquement impossible qu'il soit rationnel de croire en cette hypothèse. Car la rationalité exige que lorsque deux hypothèses H_1 et H_2 conduisent aux mêmes prédictions (*) testables (soit à toutes les époques, soit seulement en ce moment), et que H_1 apparaisse *a priori* beaucoup plus plausible que H_2 , on préfère H_1 à H_2 . En

* [N.d.t.: Le terme *prédiction* (*prediction*) caractérise très souvent les constructions théoriques capables d'effectuer des *prévisions* - au sens où la mécanique céleste prévoit les éclipses par exemple. De la *prévision* à la *prédiction*, ce glissement de sens est habituel en philosophie des sciences et notamment dans la traduction de la philosophie analytique de l'induction; il rapproche assez curieusement les sciences des arts divinatoires.]

particulier, si H_1 a été acceptée et si chacune des hypothèses *a priori* plus plausible que H_1 conduit à une prédiction fautive, nous ne renoncerons pas à H_1 simplement parce que quelqu'un nous met en présence d'une *possibilité logique* pour qu'elle soit fautive (il s'agit là, grosso modo, de la "règle 4" des *Principia* de Newton).

Mais on peut se demander s'"il existe réellement une chose telle que cette plausibilité *a priori* ?". La réponse tient en ce que l'on montre facilement que toutes les logiques inductives possibles dépendent implicitement ou explicitement d'une hiérarchie *a priori* d'hypothèses - hiérarchie constituée sur la base de la "simplicité" de ces hypothèses, ou sur la base des genres de prédicats qu'elles contiennent, ou bien encore sur la forme des lois qu'elles proposent, ou sur toute autre base -. Refuser de prendre des *décisions a priori* sur la question de savoir quelles hypothèses sont plus ou moins plausibles, c'est s'engager à ne jamais faire d'extrapolation inductive à partir d'expériences passées; car à n'importe quel moment donné, il existe une quantité infinie d'hypothèses mutuellement incompatibles dont chacune est compatible avec un lot fini de données, de telle façon que, si nous déclarons toujours qu'une hypothèse a été "confirmée", ce n'est pas parce que *toutes* les autres ont été écartées, mais parce que toutes les hypothèses restantes sont rejetées comme étant trop peu plausibles, bien qu'elles rendent compte du réel ou même le prévoient (autrement dit, certaines hypothèses doivent être rejetées *a priori*, si l'on doit en accepter d'autres). Le sceptique objectera à nouveau: « Comment savez-vous que l'hypothèse du démon est moins plausible que l'hypothèse normale ? ». On répondra qu'accepter une hiérarchie de plausibilité n'est ni formuler un jugement sur un fait, ni affirmer un théorème de logique déductive, mais adopter une position méthodologique. On peut seulement juger si l'hypothèse du démon est "folle" ou non lorsque l'on a adopté une telle position méthodologique - j'expose ici la position que j'ai prise (et pour parler comme quelqu'un l'ayant effectivement adopté, j'ajoute que c'est la position que soutiennent tous les esprits rationnels, implicitement ou explicitement) -. En résumé, nous pouvons écarter l'hypothèse du démon sans pour cela prendre à la légère les notions d'"impossibilité logique" ou de "non sens"; nous devons seulement admettre que nous avons adopté une position selon laquelle cette hypothèse est *a priori* moins probable que l'hypothèse normale et prendre acte alors du fait curieux suivant: si l'hypothèse du démon est vraie et d'après la façon dont cette hypothèse a été construite, c'est une vérité logique qu'il ne soit pas rationnel d'y croire - ceci, bien sûr, d'après la règle de la rationalité: ne croyez pas à H_1 si tous les phénomènes dont H_1 rend compte sont également justifiés par H_2 et si H_2 est plus plausible que H_1 . Mais si, d'après cette règle, le fait qu'il soit toujours irrationnel de croire à l'hypothèse du démon est une vérité logique, alors la discussion est close; si nous pouvons ainsi repousser cette hypothèse, il n'est pas nécessaire de nous sentir obligé de pousser plus avant et d'essayer de montrer qu'elle ne représente même pas une possibilité logique.

Une autre manière habituelle de rejeter le fictionnalisme prend ses racines dans l'instrumentalisme plutôt que dans le vérificationnisme. On rencontre parfois, par exemple, le genre de raisonnement suivant: le fait de se demander si des expressions sont "vraies" ne peut pas être séparé de la question de savoir s'il est rationnel d'accepter ces expressions (jusqu'ici, ça va...), étant donné qu'il est rationnel d'accepter que *p soit vrai* uniquement dans le cas où il est rationnel d'accepter *p*. Mais le but final de notre "système conceptuel" dans son ensemble est seulement la prédiction et le

contrôle de l'expérience - ou tout cela plus d'avantage de "simplicité", quoi que l'on entende par là -. Le fictionnaliste reconnaît que le système conceptuel des objets matériels (ou quoi que ce soit d'autre) conduit à des prédictions couronnées de succès - ou tout au moins aussi réussies que nous soyons en mesure de le faire jusqu'ici -; il reconnaît également que ce système est aussi simple que nous en soyons capable actuellement. Mais ce sont justement là les facteurs dont dépend l'acceptation rationnelle; il est donc rationnel d'accepter notre système conceptuel, et il est également rationnel de qualifier de "vraies" les propositions qui le composent (ou tout au moins, selon le joli mot d'Anthony Quinton, de les qualifier de "vraies comme tout" (*) puisque nous nous réservons toujours le droit de changer d'avis).

Indiscutablement, il y a quelque chose de pénétrant dans cette réplique au fictionnalisme. Aussi élémentaire que cela puisse paraître, il est juste de rappeler au fictionnaliste que l'on ne peut pas séparer les raisons qui font qu'il soit rationnel d'accepter une proposition p de celles qui font qu'il soit rationnel d'accepter la *vérité de p* . Personnellement, je n'aime pas parler de simplicité, parce que d'un point de vue mesurable (par exemple, la longueur des expressions en jeu, le nombre de connecteurs logiques, ou bien le nombre de places d'arguments de prédicats), la simplicité est uniquement *l'un* des facteurs qui influence les jugements de plausibilité relative que formulent effectivement les scientifiques et les esprits rationnels; et d'ailleurs, elle ne constitue pas du tout le plus important de ces facteurs. Mais là n'est pas la question essentielle; nous devons simplement reconnaître que l'instrumentaliste utilise le mot "simplicité" pour représenter un sujet compliqué et qui dépend de nombreux facteurs - sans compter que ce mot peut comporter des connotations trompeuses -. Le fictionnaliste concède que la faculté de prédiction et la "simplicité" des hypothèses (c'est-à-dire, ainsi que les scientifiques et les esprits rationnels estiment de fait ces questions, la plausibilité globale en comparaison avec des hypothèses rivales) sont les marques d'une bonne théorie; et ces deux choses rendent rationnel le fait d'accepter une théorie, tout au moins à des "fins scientifiques". Mais alors (et c'est là le trait le plus frappant de la stratégie instrumentaliste que de harceler le fictionnaliste avec cette question accablante), quelles raisons *supplémentaires* peut-on encore souhaiter avant de considérer comme raisonnable de *croire* en une théorie ? Si les choses mêmes qui conduisent le fictionnaliste à regarder les objets matériels (etc.), comme des "fictions utiles" ne lui rendent pas rationnel le fait de croire en l'objet matériel qu'est un "système conceptuel", qu'est-ce qui peut bien l'inciter à croire en quelque chose ?

Historiquement, les fictionnalistes se divisent en deux tendances sur ce genre de question. Un fictionnaliste enclin à la théologie comme Pierre Duhem soutenait que la métaphysique thomiste, et elle seule, peut établir la vérité des propositions qui portent sur la réalité; la science, quant à elle, ne peut que montrer l'utilité de certaines propositions pour la prédiction et la systématisation de données. Un fictionnaliste sceptique tel que Hans Vaihinger soutenait au contraire que rien ne peut établir que les objets matériels, par exemple, existent réellement; nous pouvons seulement savoir que ce sont des fictions utiles. Mais ni l'une ni l'autre de ces deux démarches n'est satisfaisante. Les chercheurs non engagés dans l'Église Catholique ne pensent pas que la métaphysique thomiste soit une voie vers la vérité supérieure à celle de la science

* [N.d.t: *as true as anything* sur le modèle de *as easy as anything*: facile comme tout, très facile.]

moderne; et le scepticisme se réduit à une exigence vaine et sottise selon laquelle on doit se donner une justification déductive (ou d'une certaine façon *a priori*) des normes de base de la recherche inductive, ou sinon les abandonner. Il y a d'ailleurs quelque chose de particulièrement pathétique dans la version sceptique du fictionnalisme, car Hans Vaihinger et ses sectateurs de la philosophie du "comme si" ne doutaient pas que la science aboutisse, approximativement, à des prédictions correctes, et, de ce fait, ils acceptaient d'un certain point de vue l'induction (en dépit d'un manque de justification déductive); mais d'un autre côté, ils refusaient de croire que la science conduise à des théories *vraies* et ainsi, ils rejetaient l'induction (ou la méthode hypothético-déductive dans laquelle Mill voyait avec justesse la méthode la plus puissante des sciences inductives). Pourquoi ne pouvons-nous jamais savoir que les théories scientifiques sont vraies ? Parce que, nous dit le fictionnaliste, nous ne pouvons donner aucune preuve déductive du fait qu'elles soient vraies, même en tenant compte de toutes les connaissances observationnelles possibles. Mais nous ne pouvons pas non plus fournir une preuve déductive que le soleil se lèvera demain ! Le fictionnaliste est donc un sceptique qui manque de conviction: il choisit d'accepter partiellement l'induction en tant que conduisant à des prédictions expérimentales couronnées de succès, mais il ne l'accepte pas totalement parce qu'elle aboutit à une véritable croyance dans les objets.

Bien que, jusqu'à présent, je sois d'accord avec la stratégie instrumentaliste de la discussion, je suis profondément troublé par son principe selon lequel le but de la science est la prédiction expérimentale (ou d'avantage de "simplicité"; celle-ci étant d'ailleurs une sorte de fin-en-soi curieuse et non pas une notion recouvrant de nombreux facteurs qui touchent à notre jugement sur la plausibilité). Ce principe fait d'ailleurs qu'il soit facile de confondre le fictionnaliste; car s'il n'y a pas de différence entre croire en p et croire que p conduise à des prédictions correctes (au moins quand p est un système conceptuel global), alors le fictionnalisme s'effondre immédiatement. Mais nous retrouvons ici le vérificationnisme, à cela près que, maintenant, "l'unité de signification est le système conceptuel dans son ensemble". Il est difficile de croire qu'il puisse exister une chose telle que "le but de la science". Il y a bien plutôt de nombreux scientifiques qui poursuivent de nombreux buts, et il n'est d'ailleurs pas exact que tous soient essentiellement intéressés à réaliser des prédictions. Par exemple, certains scientifiques sont principalement intéressés par la découverte de faits concernant les radiosources, les gènes, les mésons, ou tout ce que vous voulez. Ils souhaitent effectuer des prédictions correctes afin de confirmer leurs théories; ils ne veulent pas de théories qui leur fournissent des prédictions n'ayant, dans certains cas, aucun intérêt pour eux, mais qui en présentent un uniquement parce qu'elles tendent à établir la vérité ou la fausseté d'une théorie quelconque. Il n'est pas exact non plus que la simplicité soit appréciée par tous les scientifiques comme une fin en soi; beaucoup de scientifiques se soucient de simplicité seulement parce que (et lorsque) c'est une manifestation de la vérité. Au fond, la seule différence pertinente entre les deux énoncés suivants:

- (3) Le but de la science est la prédiction correcte.
- et
- (4) Un des buts de quelques scientifiques est de savoir si oui ou non les mésons se comportent vraiment de telle ou telle façon,

c'est, en dehors de l'incroyable solennité de l'énoncé (3) (le "but de la science", rien que ça !), que (3) est formulé en langage d'observation. Mais pourquoi le but de la science, s'il existe, ou même les buts de tous les scientifiques, seraient-ils plus formulables en langage d'observation que le contenu de la science lui-même ? Il s'agit certainement là d'un reliquat du réductionnisme !

En résumé, le fictionnalisme a dans son ensemble été réfuté pour la mauvaise raison suivante: le vérificationnisme a rendu impopulaire la distinction élémentaire et parfaitement justifiée entre la vérité d'une théorie scientifique et la vérité de ses conséquences observationnelles; il a donc, de ce fait, évacué la question précise qui inquiétait les fictionnalistes - à savoir, l'écart apparent entre ces deux vérités. Mais, comme nous l'avons vu, il existe aussi une riposte au fictionnalisme qui ne dépend pas des vues réductionnistes sur le contenu ou le "but" de la science. Cette réplique consiste simplement en ce que les facteurs précis qui rendent rationnelle l'acceptation d'une théorie "à des fins scientifiques" sont les mêmes qui nous donnent raison d'y croire (dans la mesure, tout au moins, où l'on puisse "croire" une théorie scientifique; c'est-à-dire, en tant qu'elle approche de la vérité pouvant être améliorée, et non en tant que vérité achevée). Le fictionnalisme échoue parce qu'il ne peut exhiber une meilleure méthode que la méthode scientifique pour nous convaincre (contrairement à l'avis de Duhem) et parce que l'absence de toute justification déductive de la méthode scientifique montre qu'il n'est pas raisonnable de l'accepter (contrairement à l'opinion de Vaihinger).

Nous avons donc examiné ici une objection aux arguments d'indispensabilité selon laquelle il s'avère indispensable de croire en p , bien que p puisse néanmoins être faux; nous avons repoussé cette objection non pas en vertu des raisons vérificationnistes ou instrumentalistes habituelles qui semblent s'appuyer sur des doctrines fausses, mais parce qu'il est idiot de reconnaître qu'une raison de croire en p conduise à accepter p dans toutes les circonstances scientifiques, et d'ajouter ensuite "même ainsi, *cela ne suffit pas*". Une telle opinion ne pourrait être défendue que si l'on acceptait une méthode trans-scientifique qui soit supérieure à la méthode scientifique; mais le philosophe, à tout le moins, n'a aucun intérêt à *cela*.

IX.

Complications non examinées

J'ai choisi dans cet essai d'examiner en détail un groupe de questions - celles qui ont trait à l'indispensabilité de la quantification sur des entités abstraites telles que les ensembles - aux dépens de beaucoup d'autres. L'un des groupes de questions que j'aurais pu également envisager a trait à l'existence de ce que l'on pourrait appeler les "constructions équivalentes" en mathématiques. Ainsi, on peut par exemple construire de plusieurs façons les nombres à partir des *ensembles*. En outre, la notion même d'*ensemble* n'est pas la *seule* que l'on puisse utiliser comme fondement; nous avons déjà indiqué que la théorie prédicative des ensembles est, dans un certain sens, traduisible en langage de formules et de vérité (et vice versa); et même la notion imprédicative d'ensemble admet des équivalents variés: par exemple, au lieu d'identifier, comme je l'ai fait, les fonctions avec certains *ensembles*, j'aurais pu identifier des *ensembles* avec certaines fonctions. Mon opinion personnelle est qu'aucune de ces approches ne saurait être regardée comme plus "vraie" qu'une autre; le royaume des faits mathématiques admet de multiples "descriptions équivalentes" et manifestement un essai entier aurait pu être consacré à *cette* question.

D'autre part, nous avons discuté très brièvement du sujet fort intéressant qu'est le conventionnalisme. Car même si le point de vue conventionnaliste n'a jamais été très plausible (ni même très clair), il soulève des questions passionnantes. Une autre question particulièrement intéressante est de savoir dans quelle mesure nous pourrions réviser nos principes logiques de base de la même manière que nous avons dû réviser quelques principes géométriques de base de la physique mathématique. A l'heure actuelle, les philosophes sont enclins à affirmer qu'en aucune manière la logique elle-même ne possède de fondement empirique. Je crois que cette tendance est fautive, mais nous avons dû également laisser de côté cette discussion dans le présent ouvrage. Mon propos a été de donner une idée de la complexité multiforme que l'on rencontre en abordant ne serait-ce qu'une partie de la philosophie de la logique; mais j'espère ne pas avoir laissé l'impression que la partie abordée dans ce livre constitue toute la philosophie en question.

*

*

*